



UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale  
2014-2020

Proiect cofinanțat din Fondul Social European prin Programul Operațional Capital Uman 2014-2020

Axa prioritară 6: *Educație și competențe*

Prioritatea de investiții 10.i: *Reducerea și prevenirea abandonului școlar timpuriu și promovarea accesului egal la învățământul preșcolar, primar și secundar de calitate, inclusiv la parcursuri de învățare formale, nonformale și informale pentru reintegrarea în educație și formare*

Obiectivul specific 6.4: *Creșterea numărului de tineri care au abandonat școala și de adulți care nu și-au finalizat educația obligatorie care se reîntorc în sistemul de educație și formare, inclusiv prin programe de tip a doua șansă și programe de formare profesională*

Obiectivul specific 6.6: *Îmbunătățirea competențelor personalului didactic din învățământul preuniversitar în vederea promovării unor servicii educaționale de calitate orientate pe nevoile elevilor și a unei școli inclusive*

Titlu proiect: *“Acces la programe de educație și formare profesională pentru tinerii și adulții din județul Dolj care au părăsit timpuriu școala (I)”*

Cod SMIS 2014+: 135711

## **MATERIALE DE PREDARE-ÎNVĂȚARE MATEMATICĂ**

### **Modulul M2**

#### **Program „A doua șansă” pentru învățământ secundar inferior versiune finală**

A.3.1 Organizarea, monitorizarea și evaluarea programului „A doua șansă” și a stagiilor de pregătire practică de 720 de ore

**POPESCU LUMINIȚA VIORICA CRISTINA**  
**Expert curriculum (Matematică)**





**Aprilie 2023**

*Conținutul acestui material nu reprezintă în mod obligatoriu poziția oficială a Uniunii Europene sau a Guvernului României*

## ELEMENTE GEOMETRICE FUNDAMENTALE



**La finalul unității de învățare, elevul va fi capabil:**

-  să identifice elementele geometrice fundamentale într-un desen;
-  să utilizeze corect convențiile de desen;
-  să stabilească poziția elementelor geometrice în desen: paralelism, concurență, perpendicularitate, congruențe;
-  să compare segmente și unghiuri.

## Punctul, dreapta, planul: recunoaștere, reprezentare prin desen, identificarea elementelor

Elementele de bază ale geometriei sunt: punctul, dreapta și planul.

**Punctul** este considerat o entitate abstractă, care **nu** are dimensiune, dar are o poziție în spațiu. Putem considera punctul urma lăsată de vârful ascuțit al unui creion pe hârtie.

- ✓ Punctele sunt reprezentate de obicei ca mici buline sau reprezentări sau cu „x”.
- ✓ Punctele se notează cu litere mari de tipar.
- ✓ Punctele situate în același loc se numesc puncte egale.
- ✓ Punctele situate în locuri diferite se numesc puncte distincte sau diferite.



*Desenăm*

●<sup>A</sup>




×<sup>B</sup>

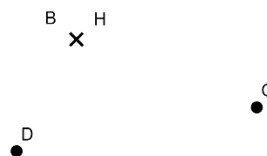
*Citim*

*punctul A*

*punctul B*

**Exemple:**

-  Punctele B și H sunt egale;
-  Punctele C și D sunt distincte;
-  Punctele B și H sunt distincte.






**Dreapta** este un set infinit de puncte aliniate într-o anumită direcție, ca un fir de ață foarte bine întins.

Dreapta:










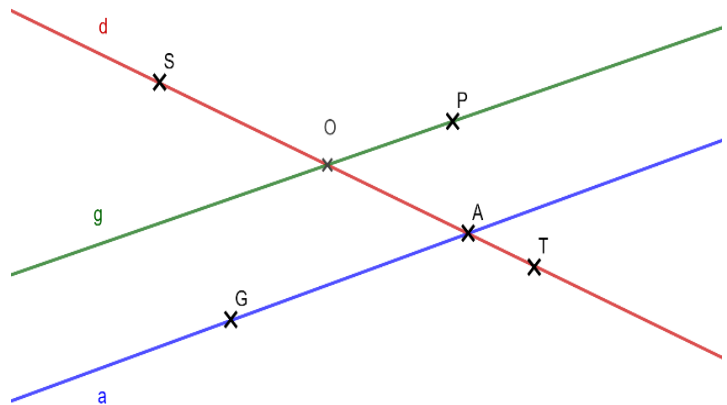
- ✓ nu are lățime sau grosime și se întinde în ambele direcții la infinit.
- ✓ se desenează cu ajutorul riglei
- ✓ se notează cu litere mici, de exemplu dreapta  $d$ , dreapta  $a$  sau punând în evidență două puncte distincte situate pe aceasta, de exemplu dreapta  $AB$ .



<i>Desenăm</i>	<i>Citim</i>
$d$ 	<i>dreapta d</i>
$a$ 	<i>dreapta a</i>
	<i>dreapta AB</i>




**Exemple:**

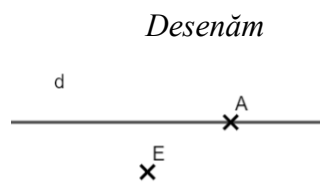
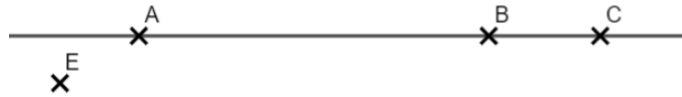
-  Cu roșu am desenat dreapta  $d$ .
-  Dreapta roșie este dreapta  $ST$ .
-  Dreapta roșie este dreapta  $SA$ .
-  Dreapta verde este dreapta  $OP$ .
-  Dreapta  $g$  este desenată cu verde.
-  Dreapta  $a$  este desenată cu albastru.
-  Dreapta albastră este dreapta  $AG$ .



- ✓ **Prin două puncte distincte trece o singură dreaptă.**
- ✓ Trei sau mai multe puncte se numesc **coliniare** dacă există o dreaptă care să le conțină.
- ✓ Trei sau mai multe puncte se numesc **necoliniare** dacă nu există o dreaptă care să le conțină.

**Exemple:**

-  Punctele  $A, B, C$  sunt coliniare.
-  Punctele  $A, B, E$  sunt necoliniare.
-  Punctele  $B, C, E$  sunt necoliniare.



*Citim*

*Punctul A aparține dreptei d*

*Punctul E nu aparține dreptei d*

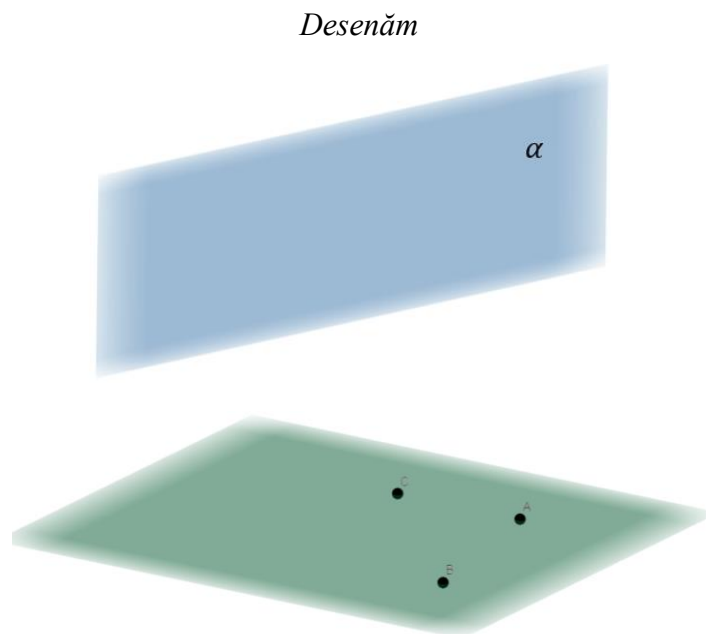
*Scriem*

$A \in d$

$E \notin d$

**Planul** este o suprafață netedă care se întinde înfinit în toate direcțiile.

Un plan se notează cu litere mici din alfabetul grecesc, de exemplu planul  $\alpha$  –alpha, planul  $\pi$  –pi sau punând în evidență trei puncte necoliniare situate în aceasta, de exemplu planul  $(ABC)$ .



*Citim*

planul  $\alpha$

planul  $(ABC)$

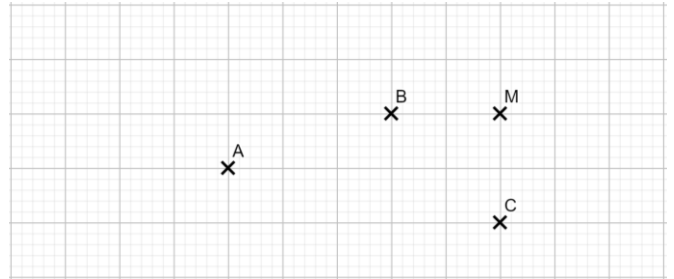


### Să exersăm!

(Nu uita! Avem nevoie de riglă, creion negru și creioane colorate.)

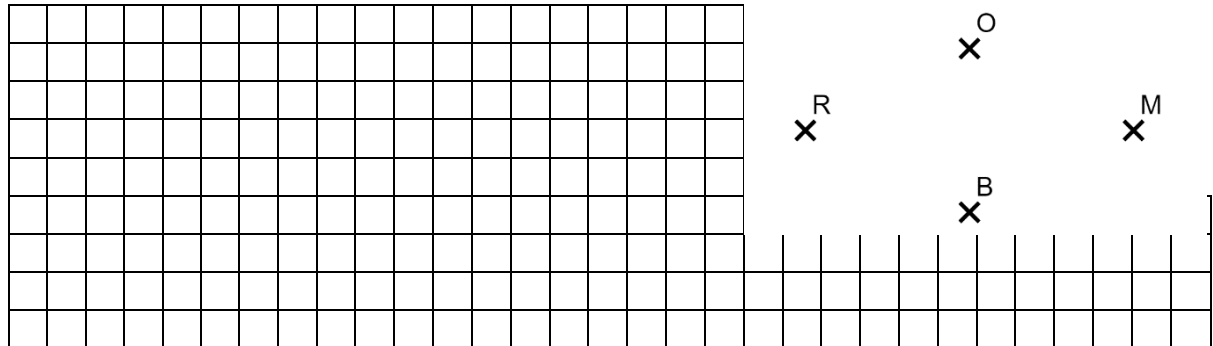
1. Completează desenul următor astfel:

- a) desenează cu verde dreapta  $AB$ ;
- b) desenează cu albastru dreapta  $AC$ ;
- c) desenează cu gri dreapta  $BM$ ;
- d) desenează cu roșu dreapta  $MC$ ;
- e) desenează cu albastru trei puncte  $P, Q, R$  diferite pe dreapta  $MC$ ;
- e) desenează punctul  $O$  situat pe dreapta  $AB$  și pe dreapta  $MC$ ;
- f) desenează un punct  $F$  situat pe dreapta  $AC$ , dar nu și pe dreapta  $BM$ .

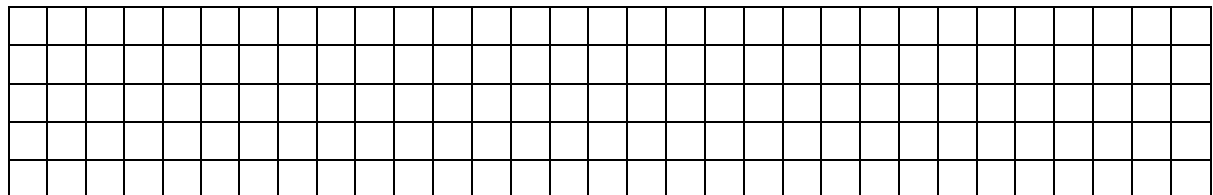


2. Desenează toate dreptele pe care le determină punctele  $R, O, M, B$  din figura alăturată.

a) Scrie dreptele pe care le-ai desenat.

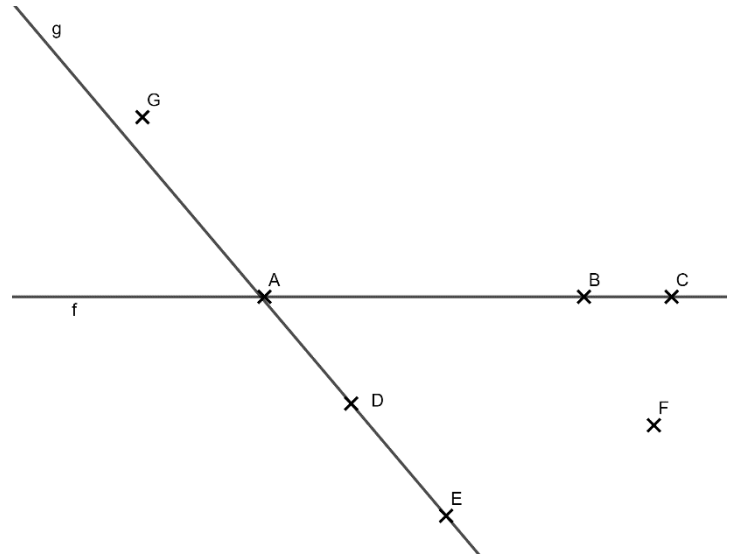


b) Câte dreptele ai găsit?

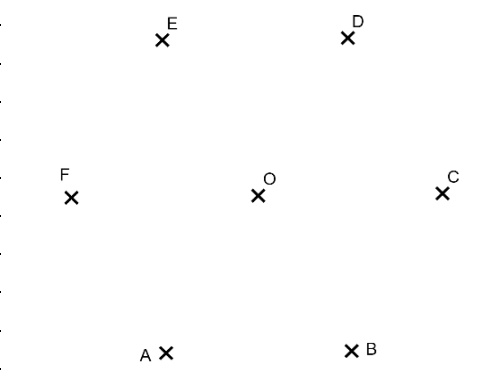


3. Privește desenul alăturat și stabilește valoarea de adevăr a următoarelor afirmații:

- a) punctele A,B, C sunt coliniare    A   F
- b) punctele A, D, F sunt coliniare    A   F
- c)  $A \in BD$     A   F
- d)  $C \notin AE$     A   F
- e)  $F \in AC$     A   F
- g)  $G \in AE$     A   F
- h) punctele A, G, B sunt necoliniare    A   F
- i)  $D \notin AE$     A   F
- j)  $F \notin BC$     A   F
- k)  $A \notin BC$     A   F



4. Scrie cât mai multe triplete de puncte coliniare din desenul alăturat:

	
--	--

5. Desenează cinci puncte dintre care exact trei sunt coliniare. Câte drepte diferite poți construi cu aceste puncte?


--	--

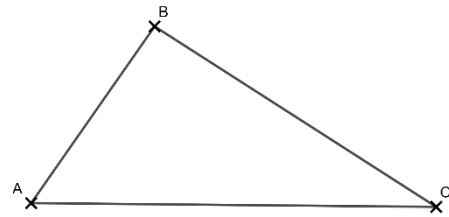



## Configurații geometrice formate din puncte și linii. Pozițiile relative a două drepte

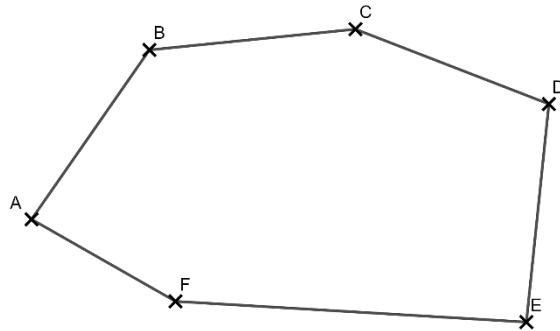
*O configurație geometrică* este o aranjare a punctelor și liniilor într-un spațiu geometric.

*Exemple:*

 *Triunghiul:* Este configurația geometrică formată prin unirea a trei puncte care nu se află pe aceeași dreaptă.

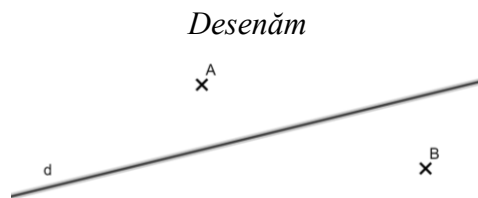


 *Hexagonul:* Este configurația geometrică formată prin unirea a șase puncte, oricare trei nu sunt coliniare.



Dacă într-un plan se dau o dreaptă  $d$  și două puncte distincte  $A$  și  $B$  nesituate pe ea în funcție de poziția punctelor față de dreaptă sunt posibile două configurații:

- ✓ Punctele  $A$  și  $B$  sunt de o parte și de alta a dreptei  $d$ .
- ✓ Punctele  $A$  și  $B$  sunt de aceeași parte a dreptei  $d$ .

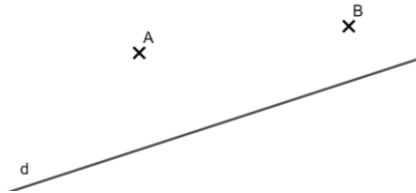


*Citim*

*Punctele  $A$  și  $C$  sunt de o parte și de alta a dreptei  $d$ .*  
*sau*  
*Dreapta  $d$  separă punctele  $A$  și  $C$ .*



*Desenăm*



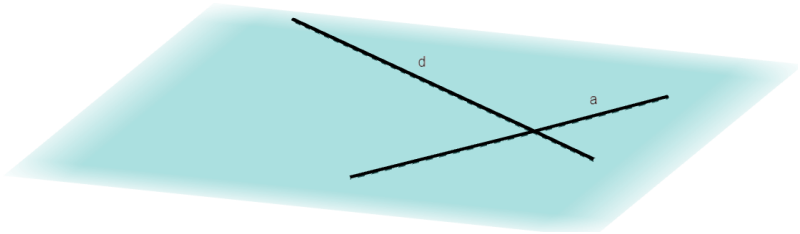
*Citim*

*Punctele A și B sunt de aceeași parte a dreptei d.  
sau  
Dreapta d nu separă punctele A și B.*

## Pozițiile relative a două drepte



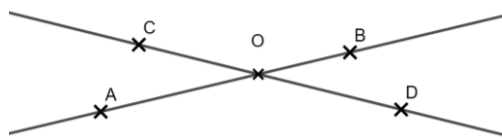
- ✓ Două drepte sunt coplanare dacă există un plan care să le conțină.



- ✓ Două drepte care au un singur punct comun se numesc drepte concurente.



*Desenăm*



*Citim*

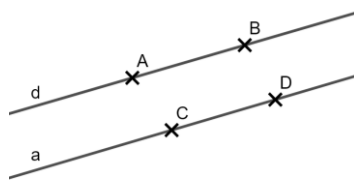
*Dreptele AB și CD sunt concurente în punctul O.*

*Punctul O este punctul de intersecție al dreptelor AB și CD.*

- ✓ Două drepte situate în același plan care nu au puncte comune se numesc drepte paralele.



*Desenăm*



*Citim*

*Dreptele AB și CD sunt paralele.*

*Dreptele a și d sunt paralele.*

*Scriem*

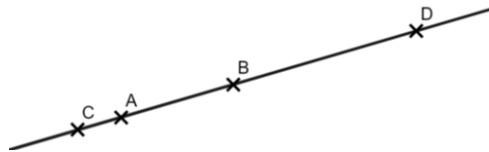
*AB || CD*

*a || d*

- ✓ Două drepte care au cel puțin două puncte distincte comune se numesc drepte identice.



*Desenăm*

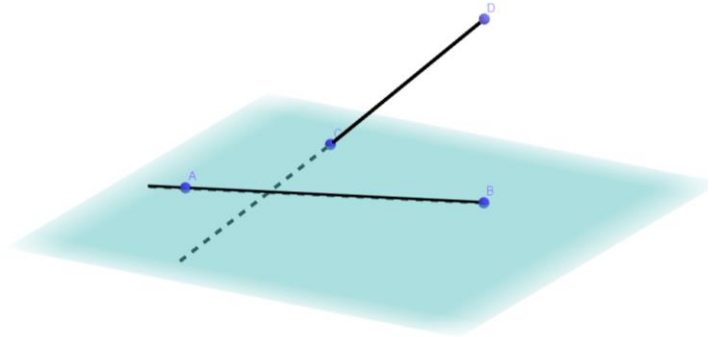


*Citim*

Dreptele  $AB$  și  $CD$  coincid  $AB = CD$

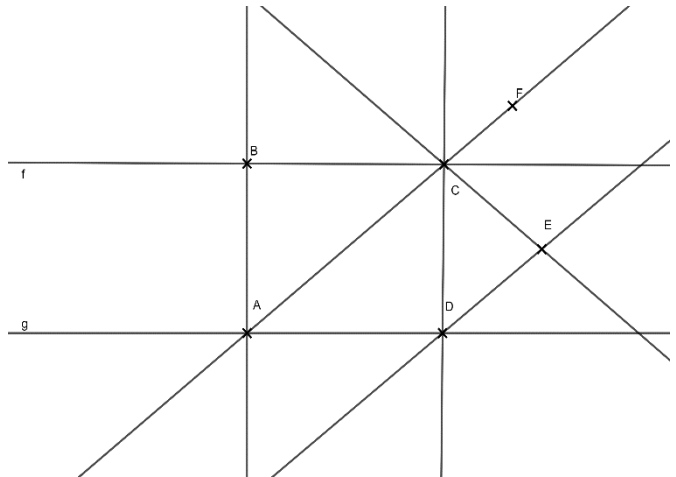
*Scriem*

- ✓ Două drepte pentru care nu există un plan care să le conțină se numesc drepte necoplanare.



### Exemple:

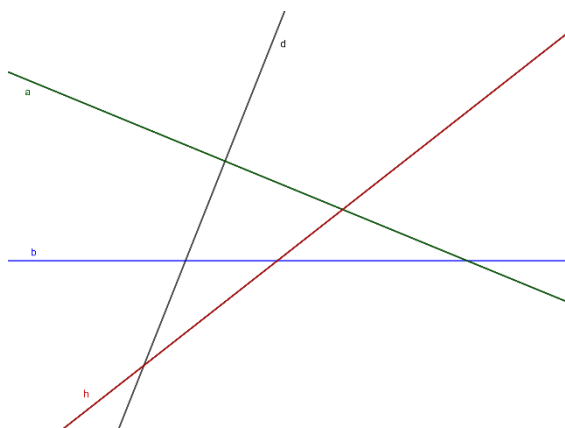
- dreptele  $g$  și  $AD$  sunt egale;
- dreptele  $BC$  și  $AD$  sunt paralele;
- dreptele  $AB$  și  $CD$  sunt paralele;
- dreptele  $AF$  și  $DE$  sunt paralele;
- dreptele  $BC$  și  $DE$  sunt concurente;
- dreptele  $AB$  și  $CE$  sunt concurente;
- dreptele  $CF$  și  $AD$  sunt concurente;
- dreptele  $BC$  și  $CD$  sunt concurente în punctul  $C$ ;
- punctele  $B$  și  $D$  sunt de aceeași parte a dreptei  $CE$ ;
- punctele  $E$  și  $D$  sunt de aceeași parte a dreptei  $AC$ ;
- punctele  $D$  și  $F$  sunt de o parte și de alta a dreptei  $CE$ ;
- punctele  $B$  și  $E$  sunt de o parte și de alta a dreptei  $CD$ .



## Să exersăm!

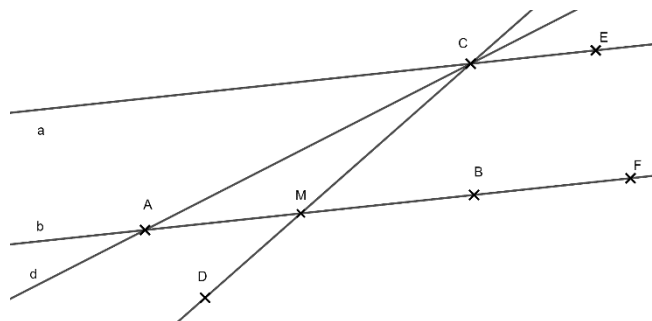
1. Completează desenul pentru ca următoarele afirmații să fie adevărate:

- Punctul  $A$  este punctul de intersecție al dreptelor  $a$  și  $b$ .
- Punctul  $B$  este punctul de intersecție al dreptelor  $d$  și  $b$ .
- Punctul  $C$  este punctul de intersecție al dreptelor  $d$  și  $a$ .
- Punctul  $D$  este punctul de intersecție al dreptelor  $a$  și  $h$ .
- Punctul  $E$  este punctul de intersecție al dreptelor  $h$  și  $b$ .
- Punctul  $F$  este punctul de intersecție al dreptelor  $d$  și  $h$ .



2. În figura alăturată dreptele  $a$  și  $b$  nu au niciun punct comun. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor afirmații:

- $AB \parallel CE$                       A   F
- $M \in BF$                               A   F
- $b \parallel d$                                 A   F
- $B \in AC$                                 A   F
- $C \in d$                                   A   F
- $F \in AB$                                 A   F
- dreptele  $b$  și  $d$  sunt concurente în  $O$                       A   F
- dreptele  $AB$  și  $CD$  sunt concurente în  $M$                       A   F
- dreptele  $AC$  și  $BF$  sunt concurente în  $M$                       A   F

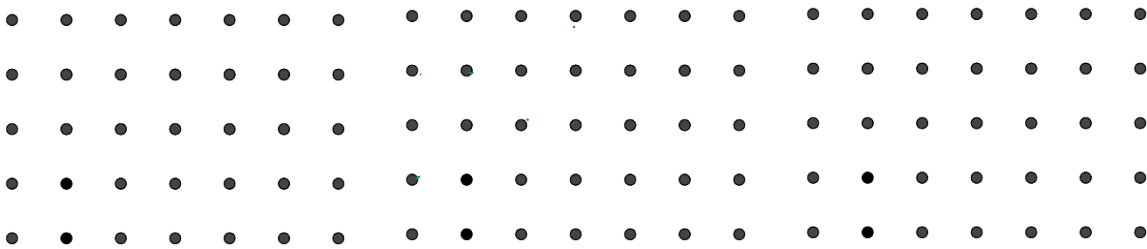


3. Unind puncte desenează o floare cu

a) 3 petale

b) 4 petale

c) 5 petale



4. Completează desenul următor pentru a obține propoziții adevărate:

a) dreapta  $CD \parallel AB$  ;

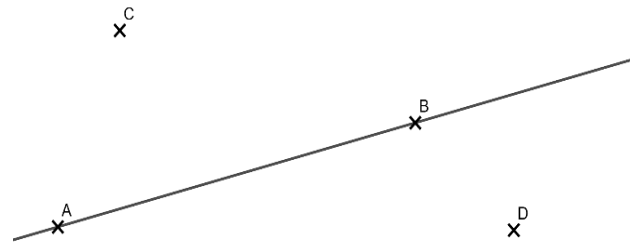
b) dreptele  $AB$  și  $CD$  sunt concurente în  $O$ ;

c) dreptele  $AD$  și  $BC$  sunt concurente în  $M$ ;

d) dreptele  $MO$  și  $CA$  sunt concurente în  $P$ ;

e) dreptele  $BD$  și  $AC$  sunt concurente în  $T$ ;

e) dreptele  $TO$  și  $AD$  sunt concurente în  $N$ .



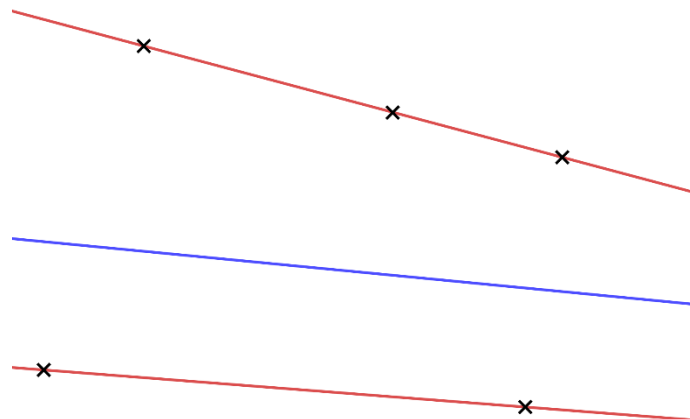
5. Punctele din figură reprezintă casele a cinci prieteni: Alin, Bogdan, Cristi, Dan și Emil; linia albastră reprezintă Jiul iar dreptele roșii cele două străzi pe care stau. Stabiliți care este casa fiecărui băiat dacă următoarele afirmații sunt adevărate:

a) Alin și Dan stau pe același mal al Jiului;

b) Emil și Bogdan stau de maluri diferite ale râului;

c) Cristi și Dan nu stau pe același mal al Jiului;

d) Emil și Cristi nu stau pe aceeași stradă;



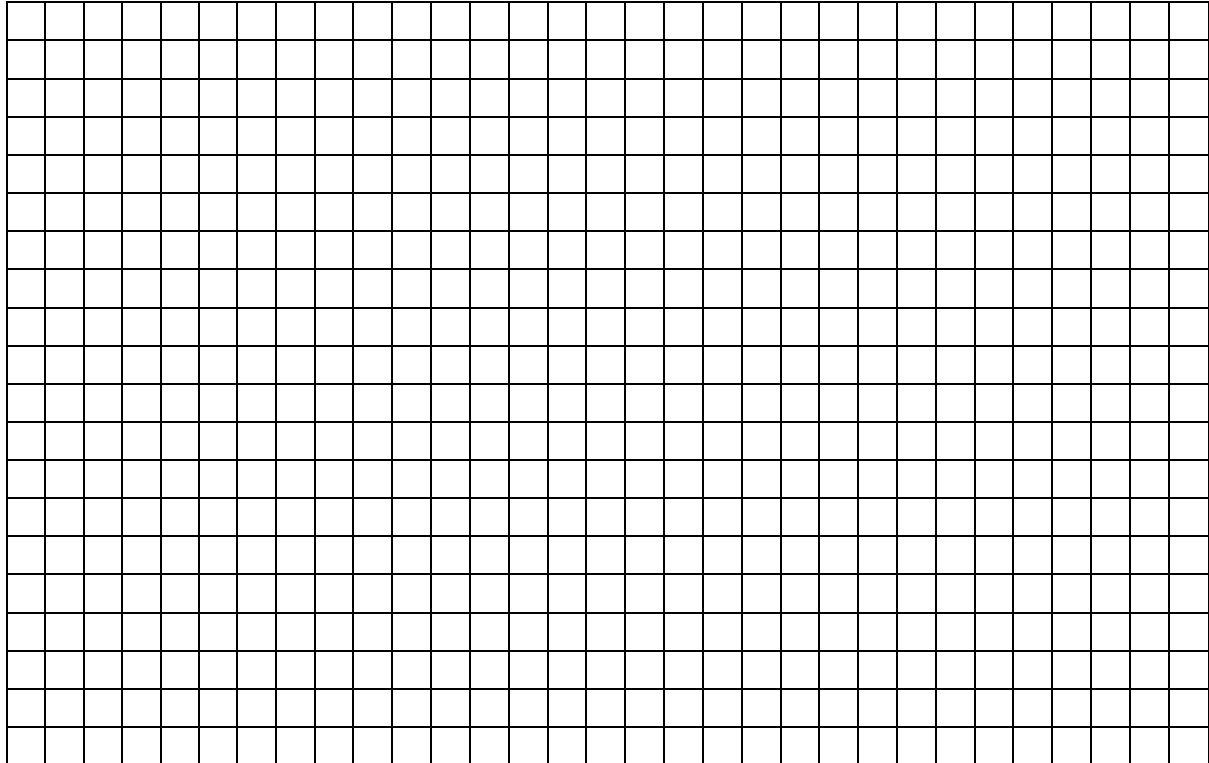


UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale  
2014-2020

- e) Alin, Emil și Cristi stau de aceeași parte a dreptei determinate de casele lui Dan și Bogdan;
- f) Dan și Emil stau de o parte și de alta a dreptei determinate de casele lui Alin și Bogdan.

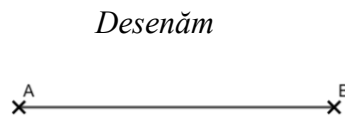


## Determinarea distanței dintre două puncte și a lungimii unui segment (cu ajutorul măsurătorilor).

**Segmentul de dreaptă** reprezintă mulțimea punctelor unei drepte situate între două puncte distincte de pe acea dreaptă.



- ✓ Punctele A și B se numesc extremitățile segmentului (capetele segmentului).
- ✓ Cu roșu este desenat segmentul  $AB$ .
- ✓ Cu albastru este desenată dreapta  $AB$ .




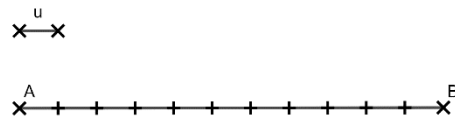
Citim          Notăm  
segmentul  $AB$        $AB$


**Lungimea unui segment** este valoarea măsurată a segmentului cu ajutorul segmentului unitate, ales ca etalon.

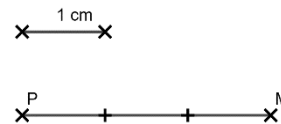
**Distanța dintre două puncte** este lungimea segmentului cu extremitățile în cele două puncte. Prin convenție distanța dintre două puncte egale este 0.

### Exemple:

-  Lungimea segmentului  $AB$  este  $11u$ . Distanța dintre punctele A și B este de  $11u$ .



-  Lungimea segmentului  $PM$  este  $3\text{ cm}$ . Distanța dintre punctele  $P$  și  $M$  este de  $3\text{ cm}$ .

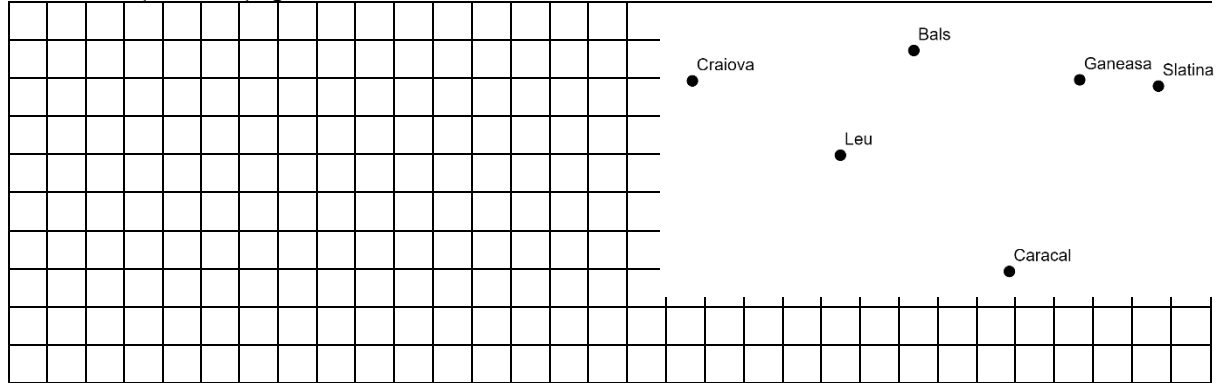




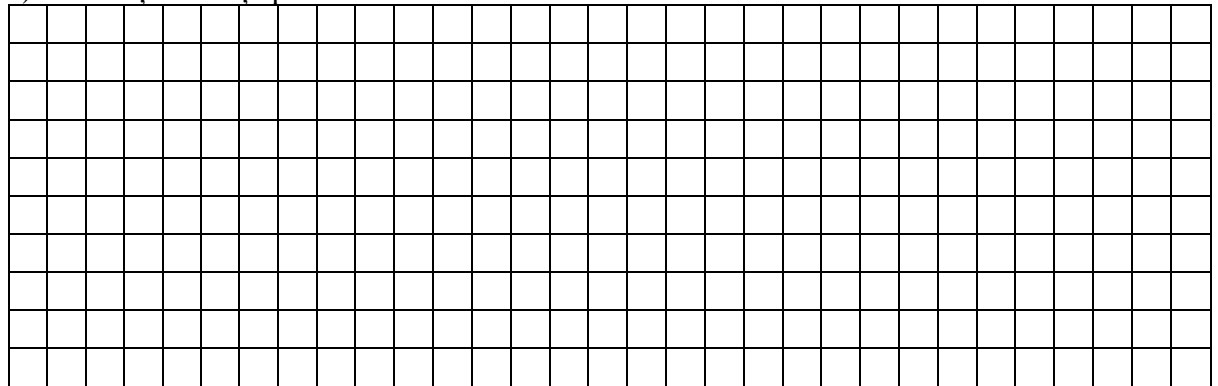




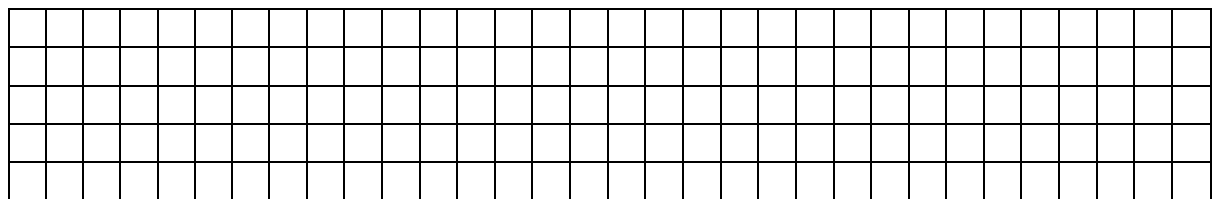
b) Calculați distanța parcursă Ionel la dus.



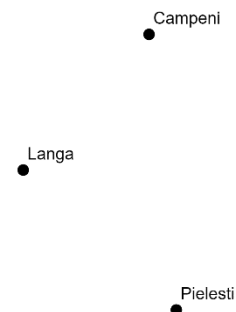
c) Calculați distanța parcursă Ionel la întoarcere.



d) Calculați ce distanță a parcurs în acea zi Ionel.



5. Comuna Pielești din județul Dolj este formată din 3 sate: Pielești, Câmpeni și Lânga. Distanța Pielești- Lânga este de 4 km, distanța Pielești-Câmpeni este de 9 km, iar distanța Lânga-Câmpeni este de 6 km. Microbuzul școlii care are 20 de locuri aduce zilnic din Lânga 7 elevi la Pielești, iar de la Câmpeni 30 de elevi.



Autobuzul face doar două curse: una Pielești-Câmpeni și retur și una Pielești- Lânga- Câmpeni- Pielești.

- Trasează cele două trasee pe care le face zilnic microbuzul școlar.
- Determinați distanța parcursă de microbuzul școlar în fiecare zi.



## Segmente congruente

Spunem că două configurații geometrice sunt **congruente** dacă prin suprapunere coincid.

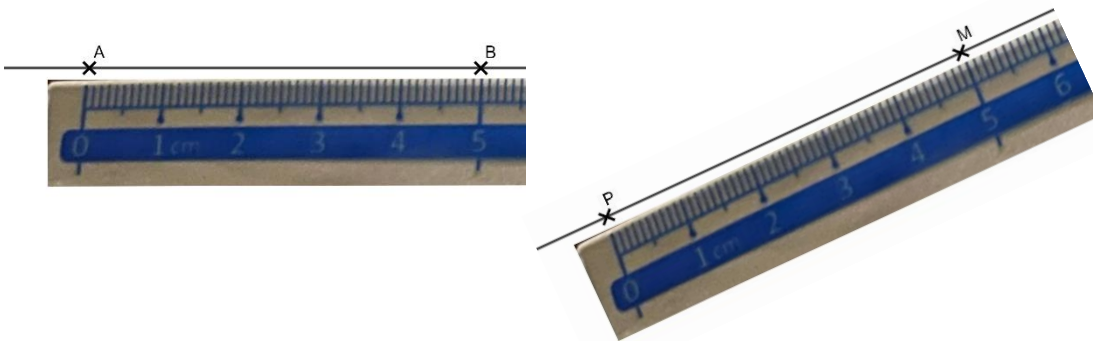



Două segmente se numesc **congruente** dacă prin suprapunere coincid.

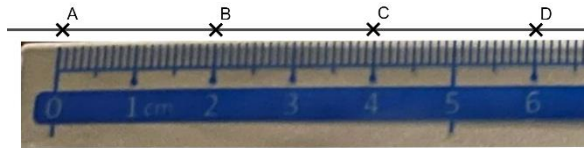
Practic: *două segmente care au aceeași lungime sunt congruente.*

### Exemple:

 Dacă  $AB = 5\text{ cm}$  și  $PM = 5\text{ cm}$  segmentele  $AB$  și  $PM$  sunt congruente. Scriem  $AB = PM$ .



  $AB = 2\text{ cm}$  și  $CD = 2\text{ cm}$  segmentele  $AB$  și  $CD$  sunt congruente. Scriem  $AB = CD$ .




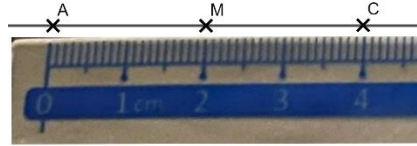
**Mijlocul unui segment** este punctul din interiorul segmentului care formează cu extremitățile segmentului două segmente congruente.




Pentru a determina mijlocul unui segment determinăm lungimea acestuia, împărțim cu 2 valoarea găsită apoi determinăm punctul situat pe segment la o distanță egală cu rezultatul împărțirii de unul dintre capetele acestuia.

### Exemple:

  $AM = MC = 2\text{ cm}$ , punctele  $A, M, C$  sunt coliniare.  $M$  este mijlocul segmentului  $AC$ .

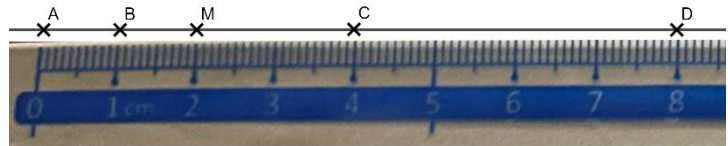


 În figura alăturată avem:

$$AB = BM = 1\text{ cm}$$

$$AM = MC = 2\text{ cm}$$

$$AC = CD = 4\text{ cm}$$



Deci

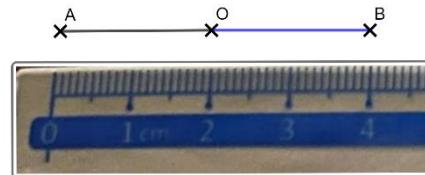
- $B$  mijlocul segmentului  $AM$ ,
- $M$  mijlocul segmentului  $AC$ ,
- $C$  mijlocul segmentului  $AD$ .

## Simetrie față de un punct


**Simetricul punctului  $A$  față de punctul  $O$**  este punctul  $B$  dacă  $O$  este mijlocul segmentului  $AB$ .

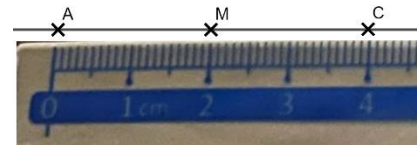



Pentru a construi simetricul punctului  $A$  față de punctul  $O$  unim cele două puncte și prelungim segmentul  $AO$  dincolo de  $O$  cu un segment congruent cu acesta.



### Exemple:

  $AM = MC = 2\text{ cm}$ , punctele  $A, M, C$  sunt coliniare.  $C$  este simetricul lui  $A$  față de  $M$ .

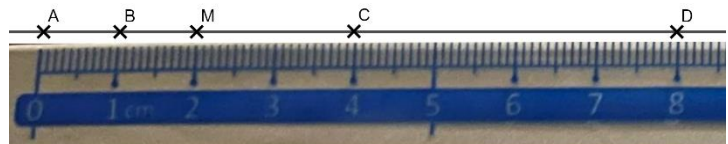


 În figura alăturată avem:

$$AB = BM = 1\text{ cm}$$

$$AM = MC = 2\text{ cm}$$

$$AC = CD = 4\text{ cm}$$



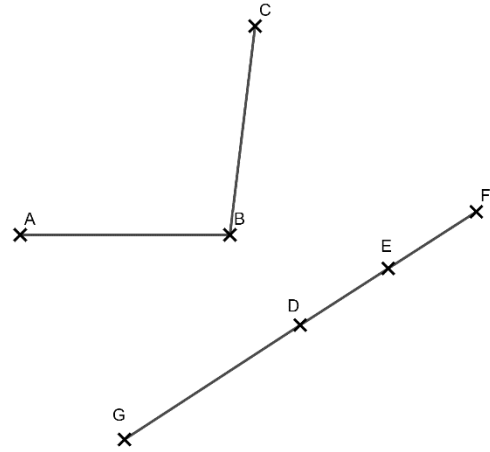
Deci

- $M$  este simetricul lui  $A$  față de  $B$ ,
- $C$  este simetricul lui  $A$  față de  $M$ ,
- $D$  este simetricul lui  $A$  față de  $C$ .

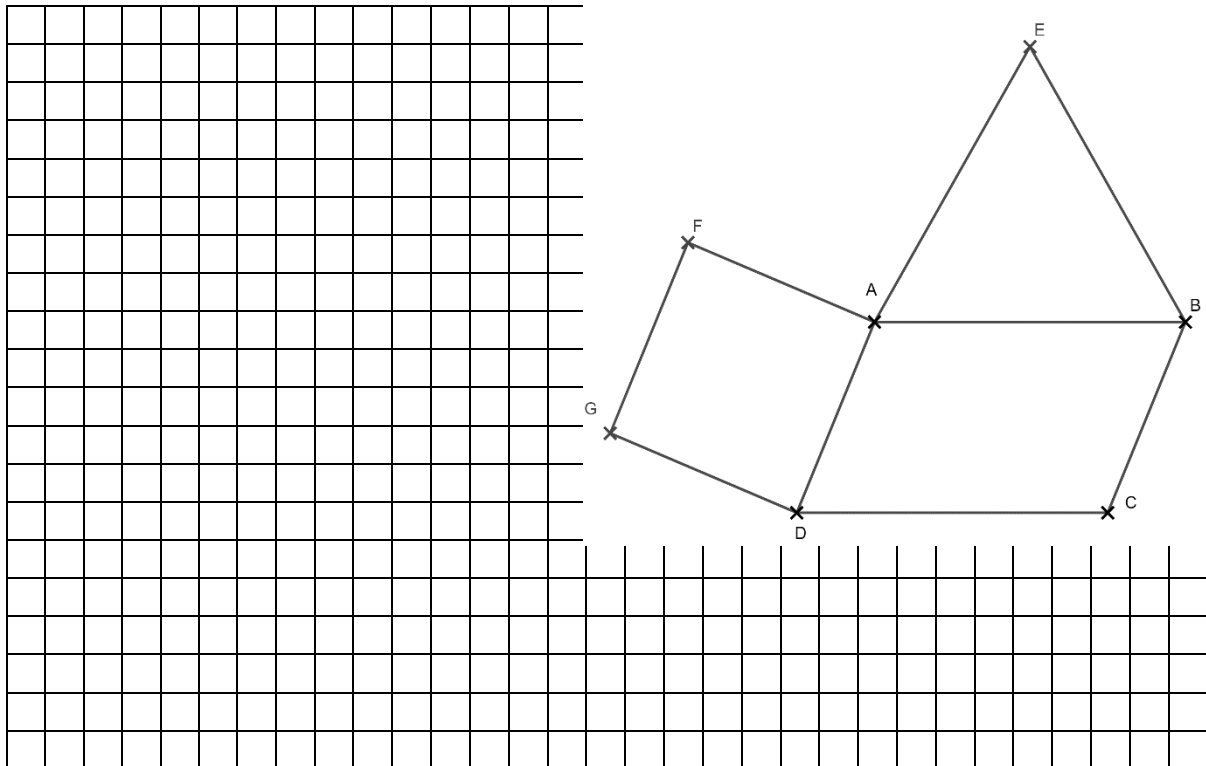
**Să exersăm!**

1. Privește desenul alăturat și stabilește valoarea de adevăr a propozițiilor următoare. (Măsoară segmentele cu ajutorul riglei.):

- |  |   |   |
|--|---|---|
| a) $AB = BC$                               | A | F |
| b) $GD = BC$                               | A | F |
| c) $FE = DE$                               | A | F |
| d) $FE = AB$                               | A | F |
| e) $B$ este mijlocul segmentului $AC$      | A | F |
| f) $D$ este mijlocul segmentului $GE$      | A | F |
| g) $E$ este mijlocul segmentului $DF$      | A | F |
| f) $F$ este simetricul lui $G$ față de $D$ | A | F |
| g) $D$ este simetricul lui $F$ față de $E$ | A | F |
| h) $G$ este simetricul lui $F$ față de $D$ | A | F |



2. Privește desenul alăturat și găsește cel puțin 10 perechi de segmente congruente. Scrie aici perechile găsite











## Unghiul

Un punct situat pe o dreaptă o împarte în două semidrepte.

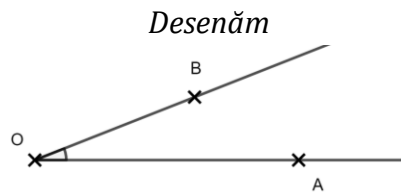


- ✓ Partea colorată cu verde reprezintă semidreapta  $AC$ .
- ✓ Partea colorată cu albastru reprezintă semidreapta  $AB$ .
- ✓ Punctul  $A$  reprezintă originea celor două semidrepte.

**Unghiul** reprezintă reuniunea a două semidrepte care au aceeași origine.



- ✓ Cele două semidrepte se numesc laturile unghiului.
- ✓ Originea comună a celor două semidrepte se numește vârful unghiului.

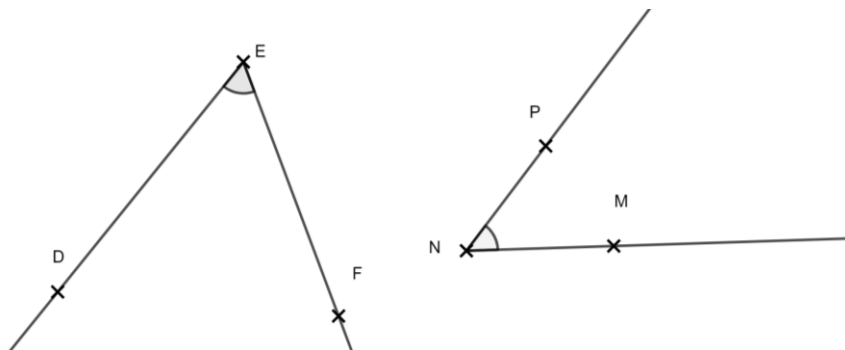


*Citim*  
unghiul  $AOB$   
sau  
unghiul  $BOA$   
sau  
unghiul  $O$

*Scriem*  
 $\sphericalangle AOB$  sau  $\widehat{AOB}$   
 $\sphericalangle BOA$  sau  $\widehat{AOB}$   
 $\sphericalangle O$  sau  $\hat{O}$

### Exemple:

 unghiul  $MNP$  are vârful  $N$ , iar laturile lui sunt semidreptele  $NM$  și  $NP$ .





  $\sphericalangle DEF$  are vârful  $E$ , iar laturile lui sunt semidreptele  $ED$  și  $EF$ .

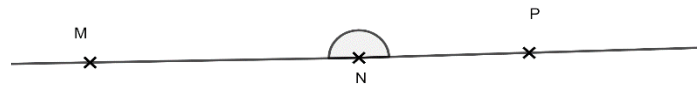
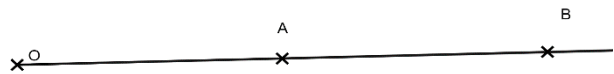


- ✓ Unghiul cu laturile identice se numește **unghi nul**.
- ✓ Unghiul cu laturile semidrepte opuse se numește **unghi alungit**.
- ✓ Unghiul nul și unghiul alungit se numesc **unghiuri improprii**.
- ✓ Unghiul care nu este nici nul și nici alungit se numește **unghi propriu**.

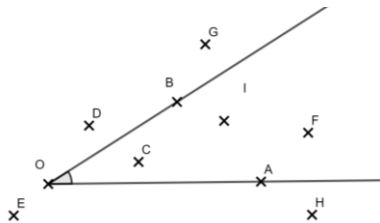
**Exemple:**

  $\sphericalangle AOB$  este un unghi nul.

  $\sphericalangle MNP$  este un unghi alungit.



**Desenăm**



**Citim**

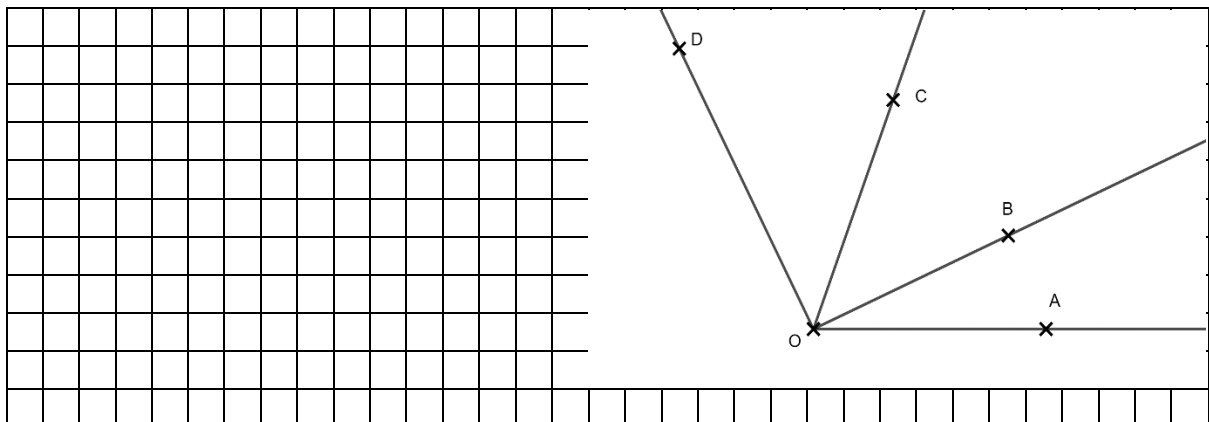
punctele  $A, O, B$  aparțin unghiului  $AOB$

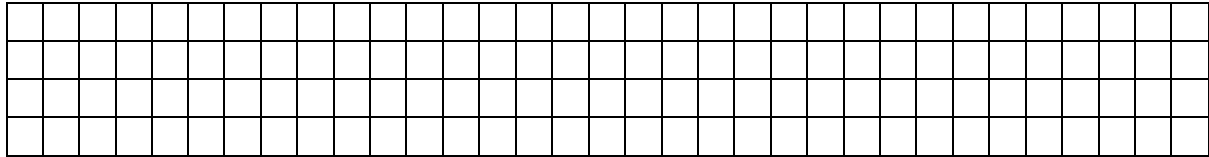
punctele  $C, F, I$  se află în interiorul unghiului  $AOB$

punctele  $D, G, E, H$  se află în exteriorul unghiului  $AOB$

**Să exersăm!**

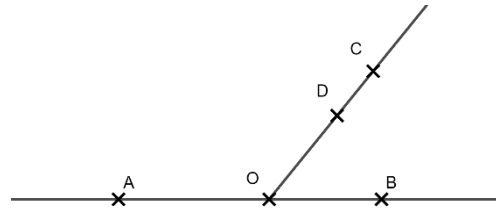
1. Scrieți cât mai multe unghiuri pe care le observați în figura alăturată.



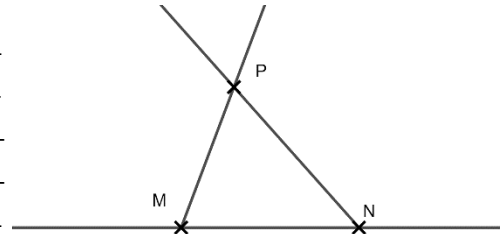


2. Folosind imaginile de mai jos completați enunțurile pentru a obține afirmații adevărate.

- $\sphericalangle AOB$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle ABO$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle BOA$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle COD$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle ODC$  este un unghi \_\_\_\_\_
- Punctul  $D$  se află în interiorul unghiului \_\_\_\_\_
- Punctul  $C$  se află în interiorul unghiului \_\_\_\_\_
- Punctul  $A$  se află în interiorul unghiului \_\_\_\_\_
- Punctul  $B$  se află în interiorul unghiului \_\_\_\_\_



- vârful  $\sphericalangle MNP$  este punctul \_\_\_\_\_
- Semidreapta  $MP$  este o latură a unghiului \_\_\_\_\_
- Semidreapta  $MN$  este o latură a unghiului \_\_\_\_\_
- Semidreapta  $NM$  este o latură a unghiului \_\_\_\_\_
- vârful  $\sphericalangle PMN$  este punctul \_\_\_\_\_



3. Desenați în spațiul de mai jos unghiul alungit  $ABC$ .

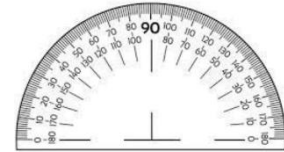
Folosind desenul făcut stabiliți valoarea de adevăr a afirmațiilor următoare.

- |   |   |   |
|---|---|---|
| a) $\sphericalangle BAC$ este un unghi alungit. | A | F |
| b) $\sphericalangle BCA$ este un unghi nul.     | A | F |
| c) $\sphericalangle CBA$ este un unghi alungit. | A | F |
| d) $\sphericalangle CAB$ este un unghi alungit. | A | F |

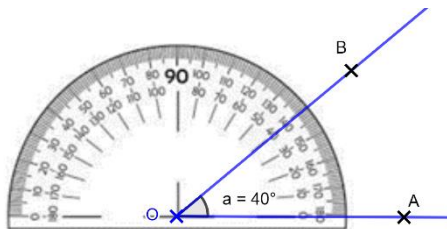
## Măsurarea unghiurilor



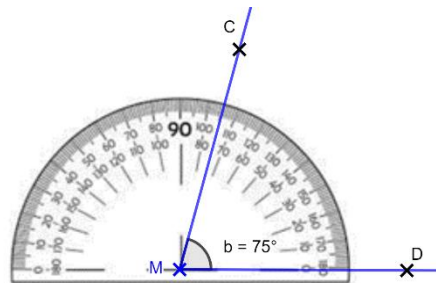
- ✓ Cea mai folosită unitate pentru măsurarea unghiurilor este unghiul de *un grad sexagesimal*.
- ✓ Măsura unui unghi este numărul care ne arată de câte ori se cuprinde unitatea de măsură în interiorul aceluia unghi.
- ✓ Instrumentul folosit pentru măsurarea unghiurilor este *raportorul*.



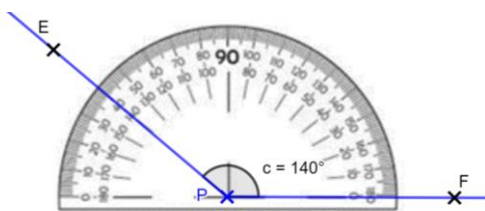
### Exemple:



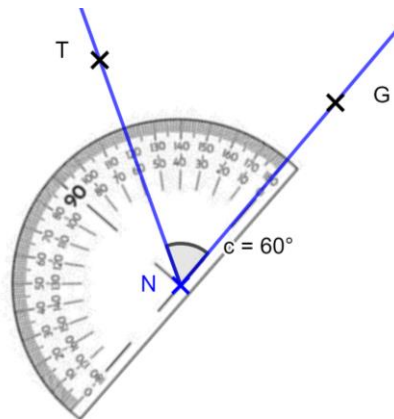
$\sphericalangle AOB = 40^\circ$



$\sphericalangle CMD = 75^\circ$



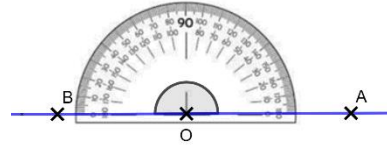
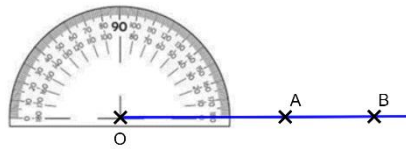
$\sphericalangle EPF = 140^\circ$



$\sphericalangle TNG = 60^\circ$

Dacă  $\sphericalangle AOB$  este **unghi nul**, atunci el are măsura egală cu  $0^\circ$ .

Dacă  $\sphericalangle AOB$  este **unghi alungit**, atunci el are măsura egală cu  $180^\circ$ .



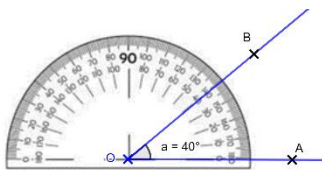
### Clasificarea unghiurilor

**Unghiul ascuțit** este unghiul a cărui măsură este cuprinsă între  $0^\circ$  și  $90^\circ$ .

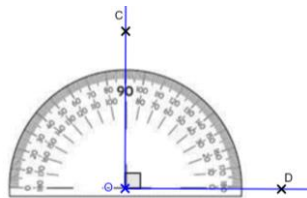
**Unghiul drept** este unghiul a cărui măsură este egală cu  $90^\circ$ .

**Unghiul obtuz** este unghiul a cărui măsură este cuprinsă între  $90^\circ$  și  $180^\circ$ .

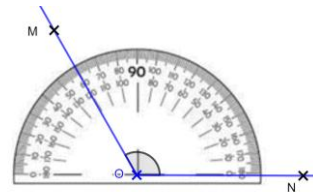
### Exemple:



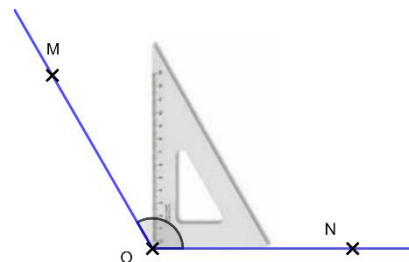
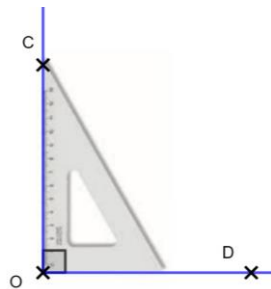
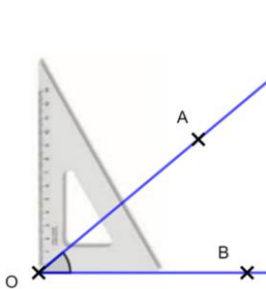
$\sphericalangle AOB$  unghi ascuțit



$\sphericalangle COD$  unghi drept

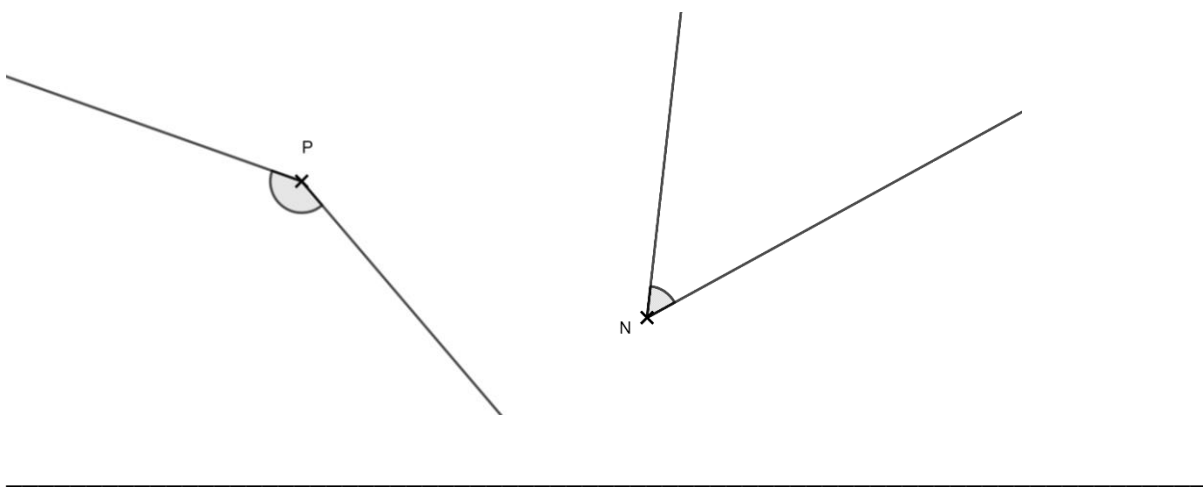
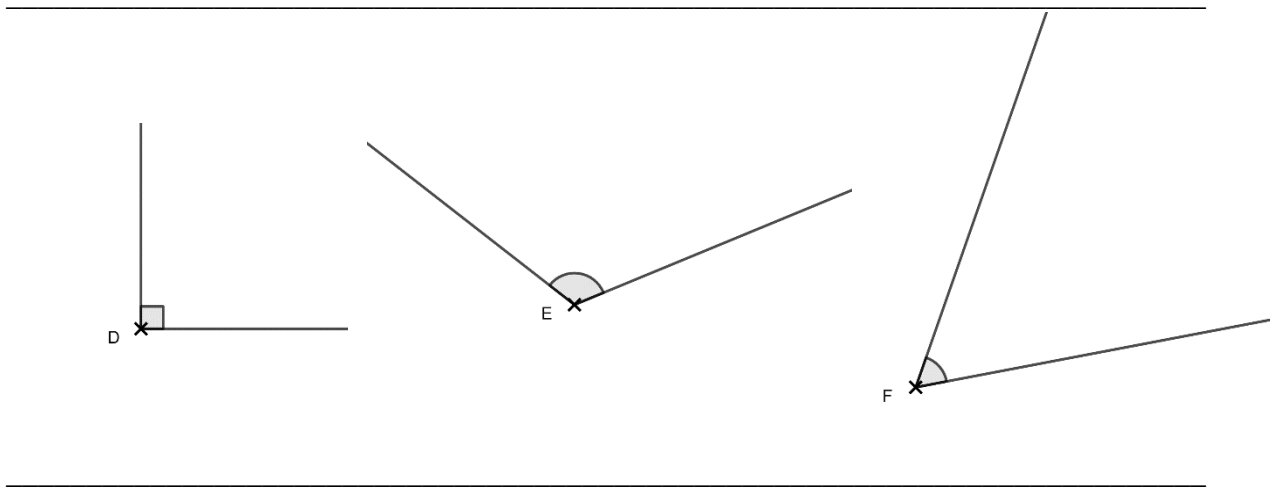
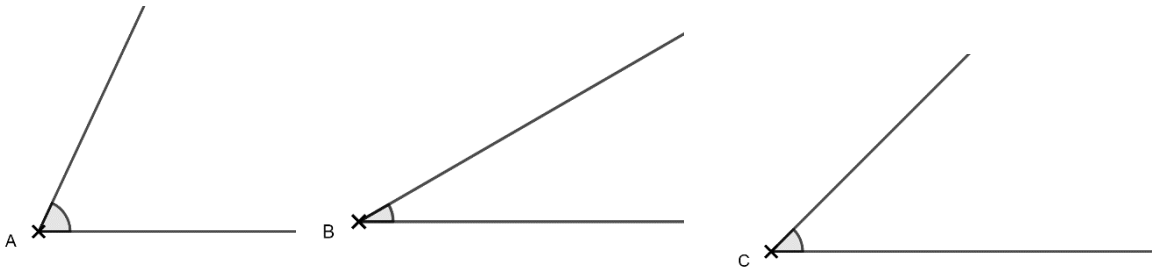


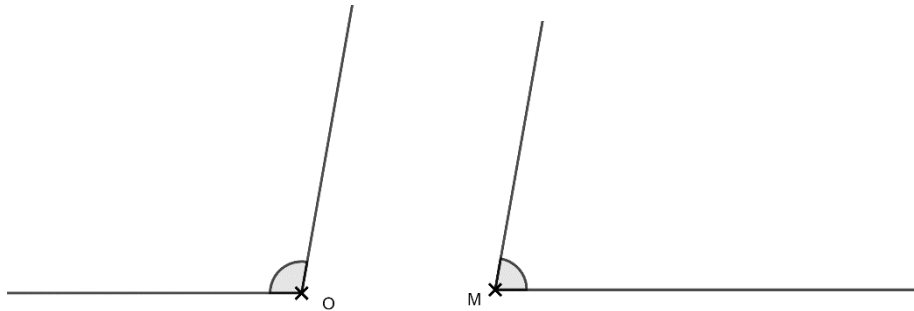
$\sphericalangle MON$  unghi obtuz



***Să exersăm!***

1. Folosind raportorul determinați măsura următoarelor unghiuri:



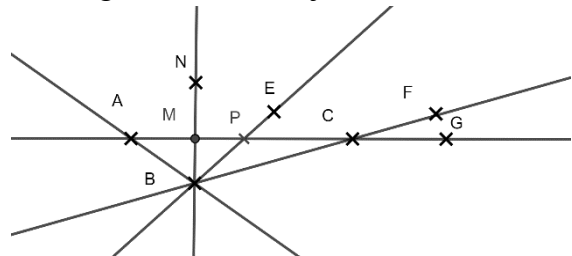


2. Stabiliți natura unghiurilor de mai jos și completați cu varianta corectă. (*nul, ascuțit, drept, obtuz, alungit*).

- |  |             |
|--|-------------|
| a) $\sphericalangle M = 30^\circ$                            | unghi _____ |
| b) $\sphericalangle N = 130^\circ$                           | unghi _____ |
| c) $\sphericalangle P = 80^\circ$                            | unghi _____ |
| d) $\sphericalangle A = 90^\circ$                            | unghi _____ |
| e) $\sphericalangle B = 135^\circ$                           | unghi _____ |
| f) $\sphericalangle C = 0^\circ$                             | unghi _____ |
| g) $\sphericalangle T = 70^\circ$                            | unghi _____ |
| h) $\sphericalangle D = 45^\circ$                            | unghi _____ |
| i) $\sphericalangle O = 180^\circ$                           | unghi _____ |
| j) $\sphericalangle M = 91^\circ$                            | unghi _____ |
| k) $\sphericalangle M = 2 \cdot \sphericalangle D$           | unghi _____ |
| l) $\sphericalangle M = \frac{1}{2} \cdot \sphericalangle O$ | unghi _____ |

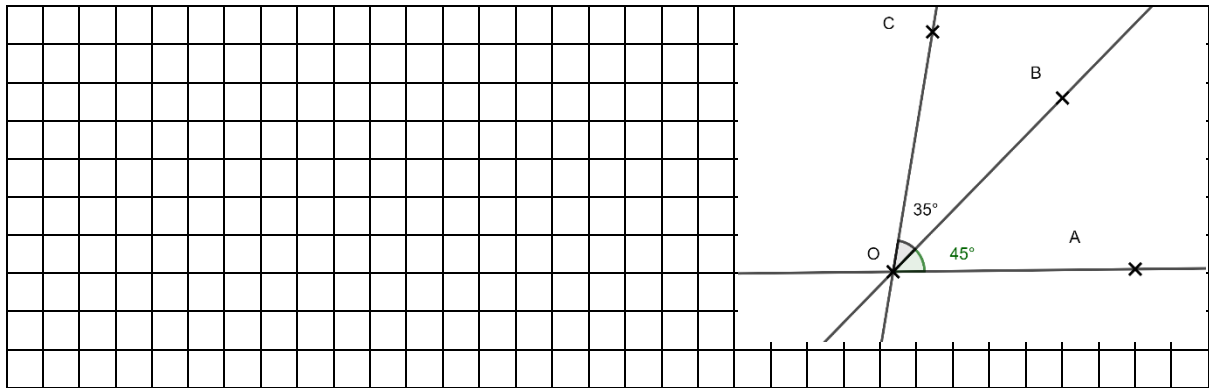
3. Folosind echerul în figura alăturată stabiliți natura unghiurilor de mai jos.

- $\sphericalangle AMC$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle AMB$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle PBC$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle PBA$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle APB$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle ACP$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle PCB$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle BAM$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle EPC$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle FCG$  este un unghi \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle AMB$  este un unghi \_\_\_\_\_

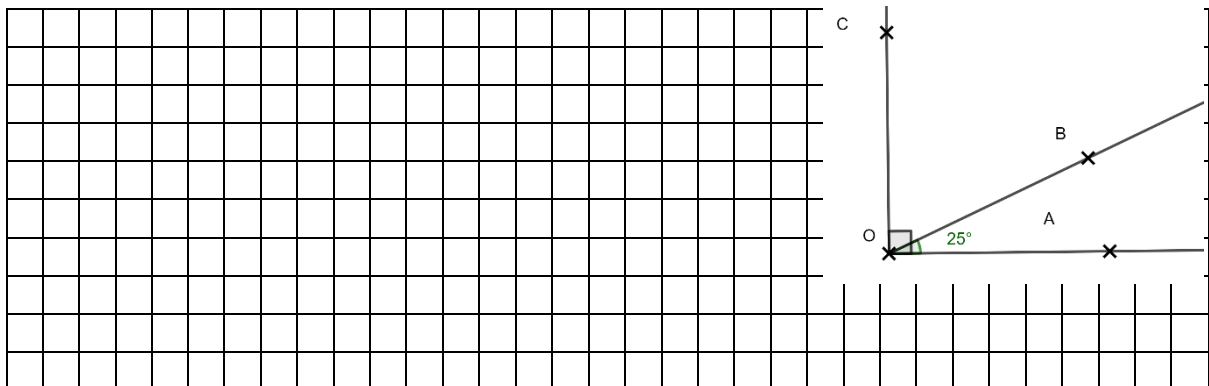


- l)  $\sphericalangle MPC$  este un unghi \_\_\_\_\_  
 m)  $\sphericalangle ABC$  este un unghi \_\_\_\_\_  
 n)  $\sphericalangle NMC$  este un unghi \_\_\_\_\_  
 o)  $\sphericalangle ACB$  este un unghi \_\_\_\_\_  
 p)  $\sphericalangle MPE$  este un unghi \_\_\_\_\_

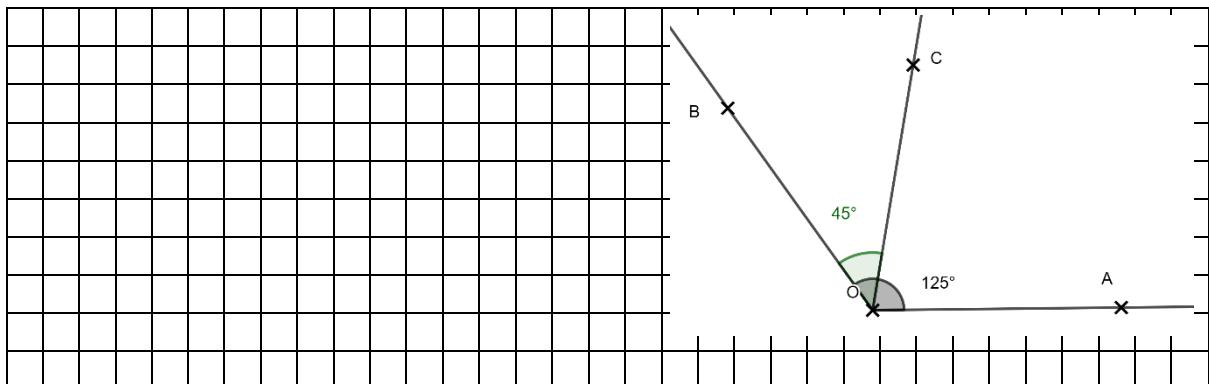
4. În figura alăturată  $\sphericalangle AOB = 45^\circ$  și  $\sphericalangle COB = 35^\circ$ . Calculați măsura unghiului  $AOC$ .



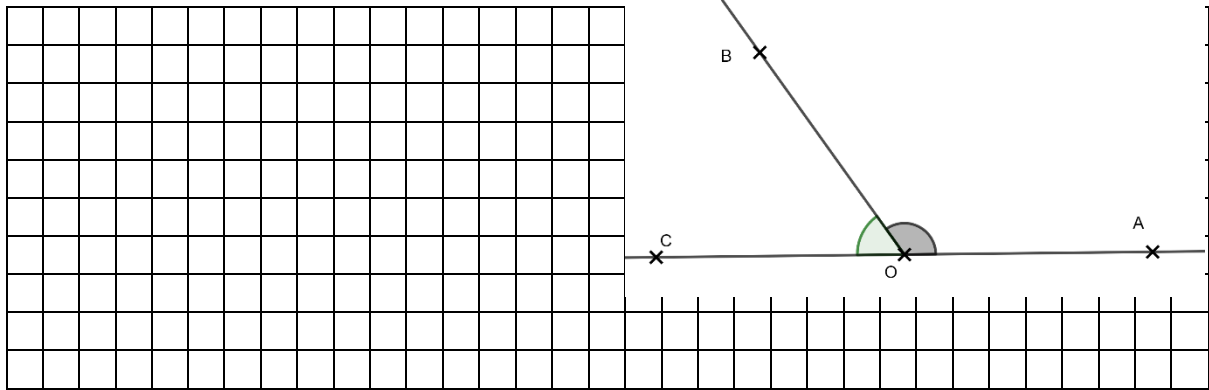
5. În figura alăturată  $\sphericalangle AOB = 25^\circ$  și  $\sphericalangle AOC = 90^\circ$ . Calculați măsura unghiului  $BOC$ .



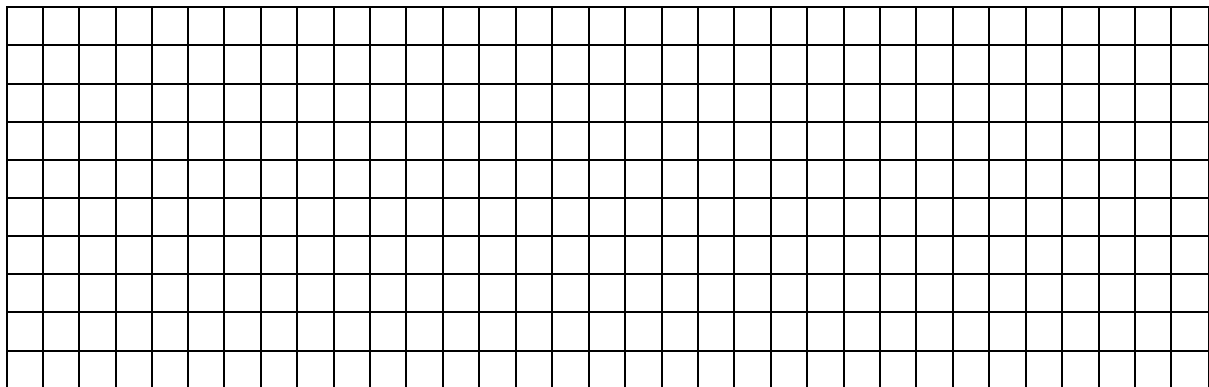
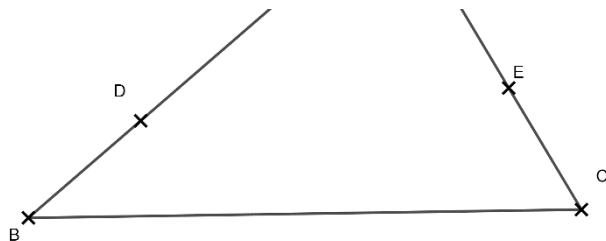
6. În figura alăturată  $\sphericalangle AOB = 125^\circ$  și  $\sphericalangle COB = 35^\circ$ . Calculați măsura unghiului  $AOC$ .



7. În figura utilizând raportorul determinați măsurile unghiurilor  $AOB$  și  $COB$ , apoi calculați măsura unghiului  $AOC$ . Ce observați?



8. În figura utilizând raportorul determinați măsurile unghiurilor  $DBC$  și  $ECB$ . Dacă A este punctul de intersecție al dreptelor  $BD$  și  $CE$  calculați măsura unghiului  $AOC$ .




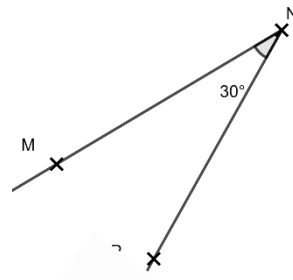
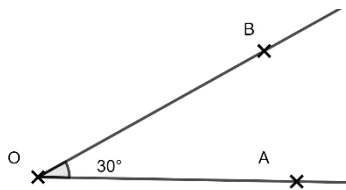
## Unghiuri congruente




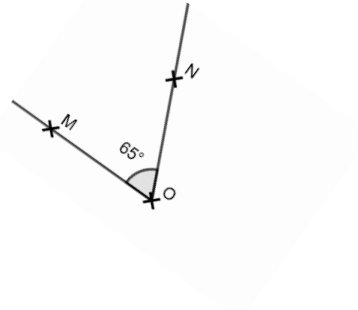
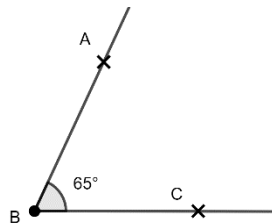
- ✓ Două unghiuri care au aceeași măsură se numesc **unghiuri congruente**.
- ✓ Dacă unghiurile  $AOB$  și  $MNP$  sunt congruente scriem  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle MNP$ .

### Exemple:

  $\sphericalangle AOB = \sphericalangle MNP = 30^\circ$

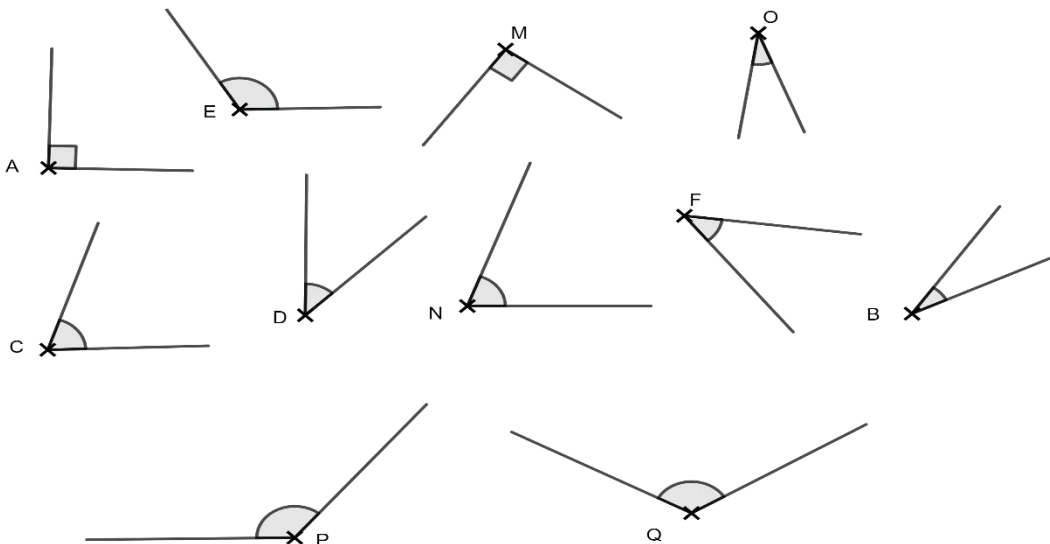


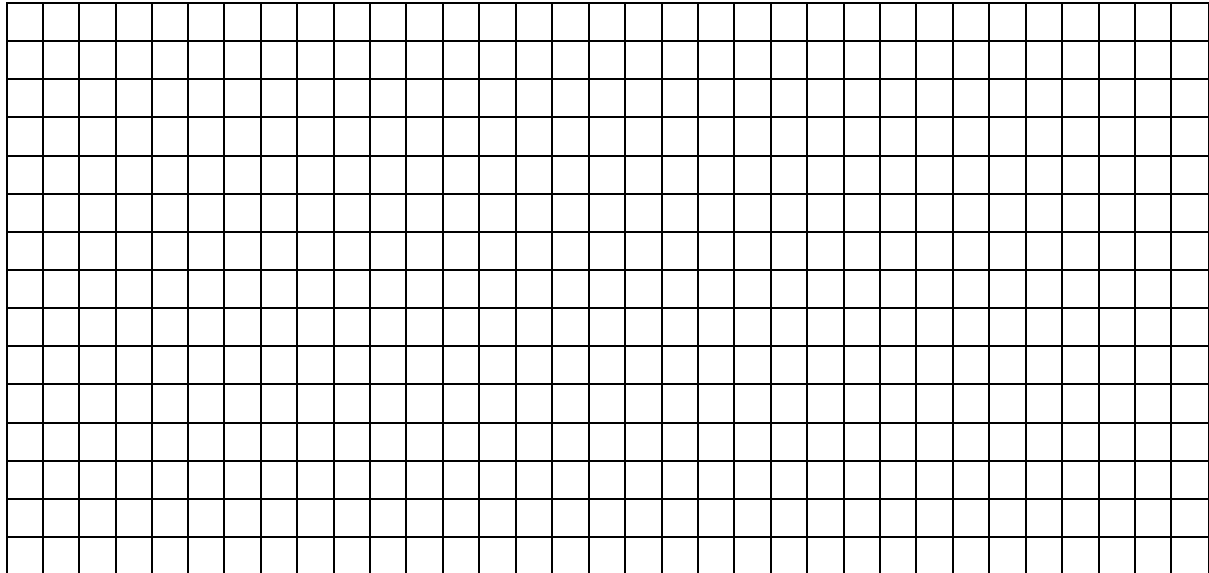
  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle MON = 65^\circ$



### Să exersăm!

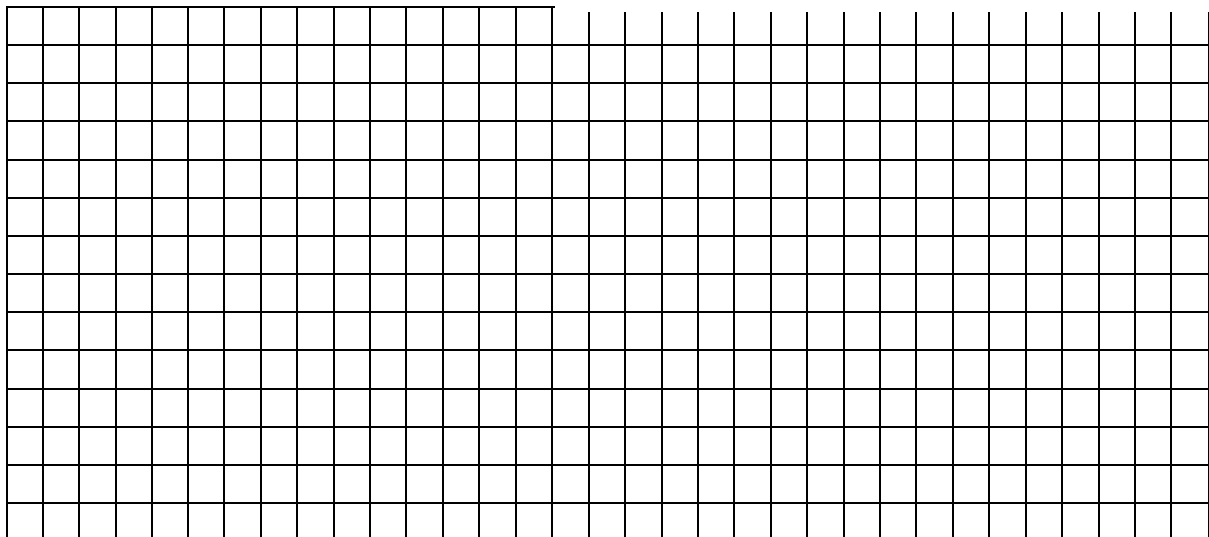
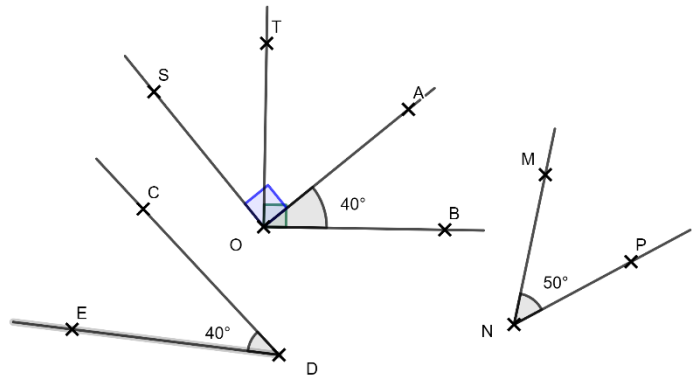
1. Măsurați cu ajutorul raportorului următoarele unghiuri și găsiți perechile de unghiuri congruente.





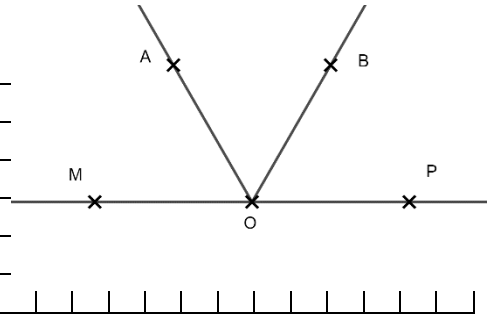
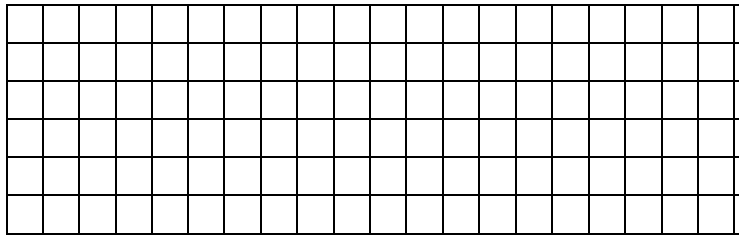
2. Utilizând figurile de mai jos completați enunțurile următoare pentru a obține afirmații adevărate.

- a)  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle CDE$  sunt \_\_\_\_\_
- b)  $\sphericalangle AOT =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$
- c)  $\sphericalangle PNM$  și  $\sphericalangle$  \_\_\_\_\_ sunt unghiuri congruente.
- d)  $\sphericalangle SOT =$  \_\_\_\_\_ $^\circ$
- e)  $\sphericalangle SOT = \sphericalangle$  \_\_\_\_\_

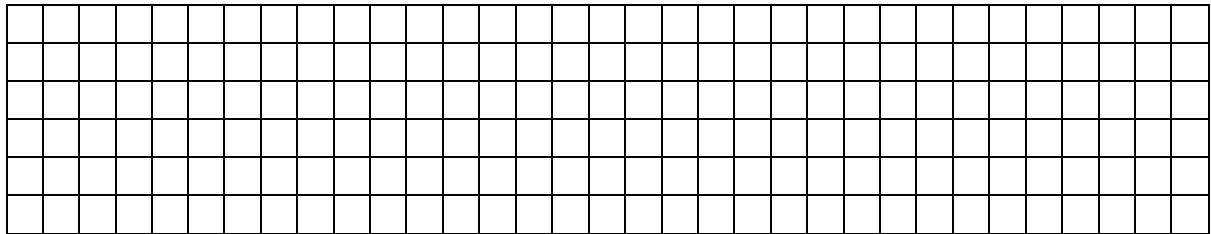


3. În figura alăturată punctele  $M, O, P$  sunt coliniare și  $\sphericalangle AOB$ ,  $\sphericalangle BOP$  și  $\sphericalangle AOM$  sunt congruente.

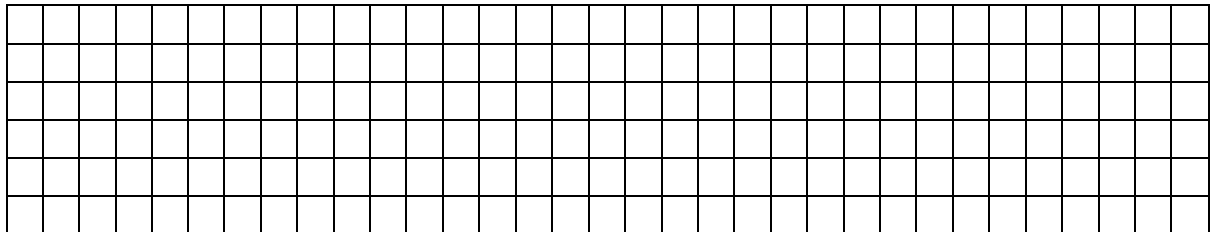
a) Calculați măsura unghiului  $AOB$ .



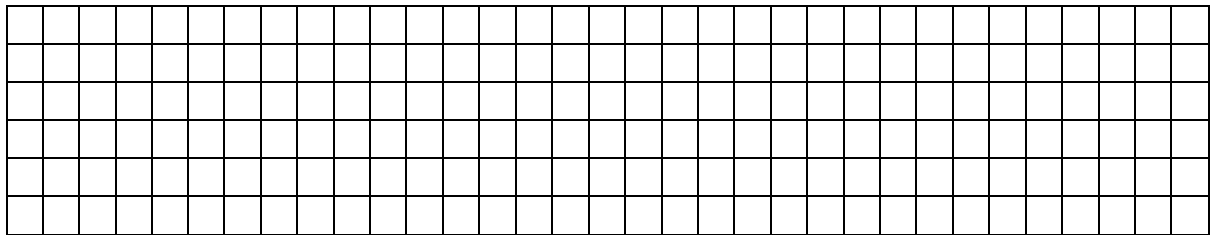
b) Calculați măsura unghiului  $POB$ .



c) Calculați măsura unghiului  $BOM$ .

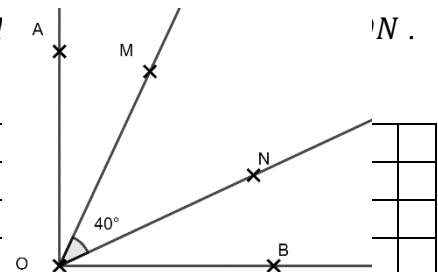
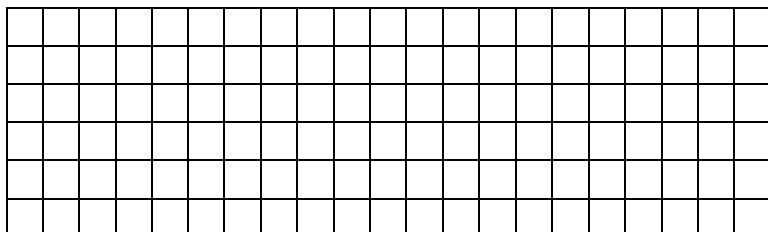


d) Calculați măsura unghiului  $AOP$ .



4. În figura alăturată unghiul  $AOB$  este un unghi drept,  $\sphericalangle M$  și  $\sphericalangle N$ .

a) Calculați măsura unghiului  $AOM$ .







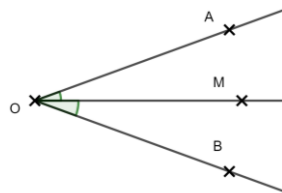
## Bisectoarea unui unghi



- ✓ **Bisectoarea unui unghi** este semidreapta interioară unghiului, cu originea în vârful acestuia care formează cu laturile unghiului două unghiuri congruente.
- ✓ Orice unghi propriu are o singură bisectoare.





### Desenăm

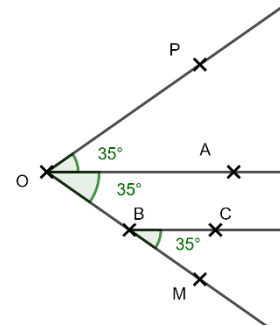


### Citim

$OM$  este bisectoarea unghiului  $AOB$

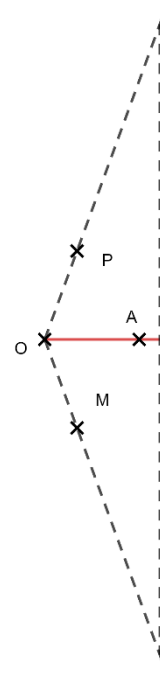
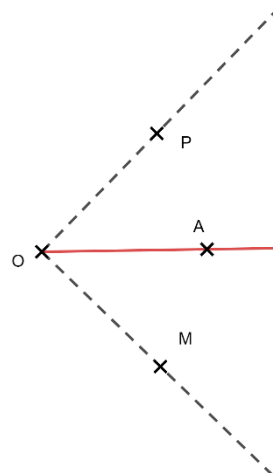
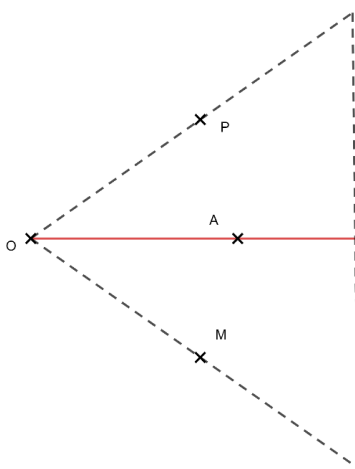
### Exemple:

-   $OA$  este bisectoarea  $\sphericalangle POM$ .
-   $BC$  nu este bisectoarea  $\sphericalangle POM$  deoarece semidreapta nu are originea în vârful unghiului.

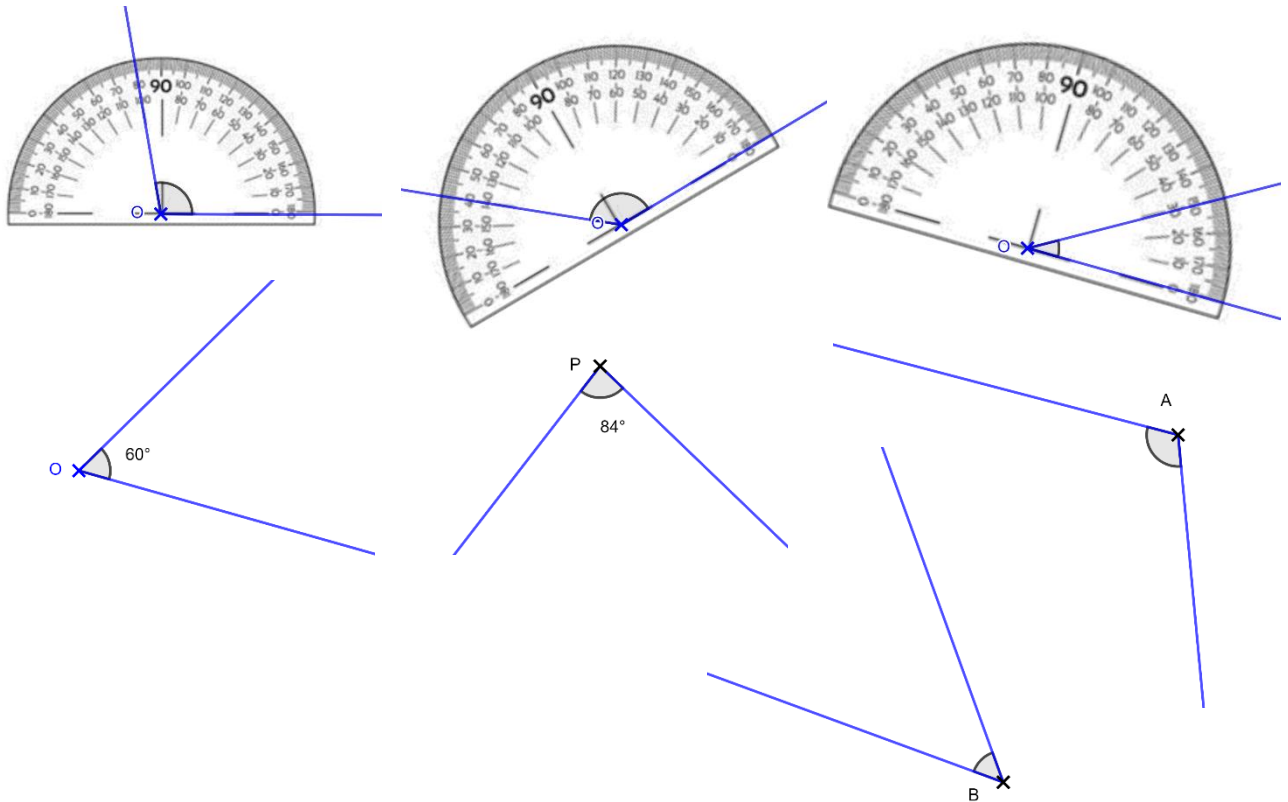


### Să exersăm !

1. Decupează figurile de mai jos de-a lungul liniilor punctate. Fiecare decupaj obținut îndoiaie-l de-a lungul liniei roșii. Ce poți să spui despre unghiurile  $POA$  și  $AOM$ ?

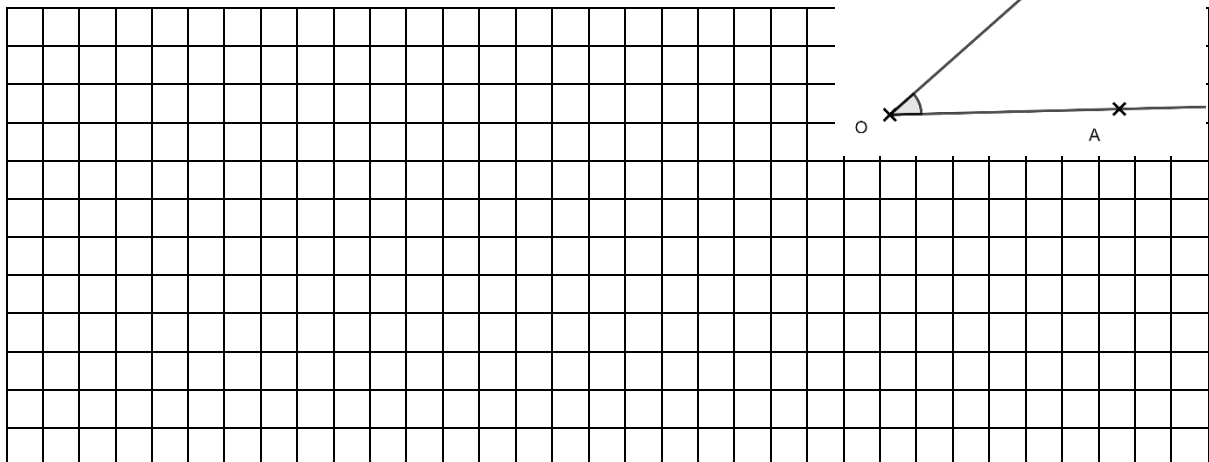


2. Folosind raportorul desenează bisectoarele următoarelor unghiuri:



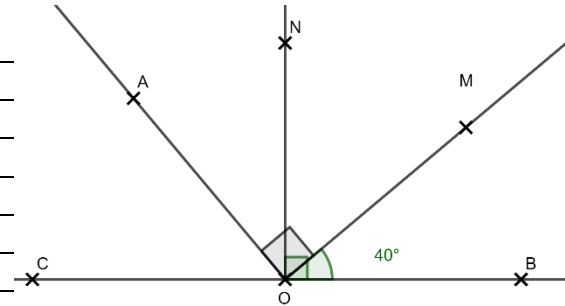
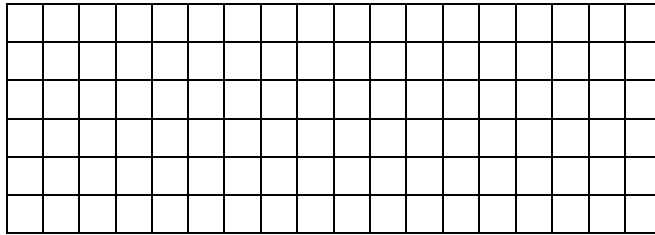
3. În figura alăturată măsura  $\sphericalangle AOB = 40^\circ$ . Dacă semidreapta OM este bisectoarea unghiului AOB atunci:

- desenează semidreapta OM
- calculează măsura unghiurilor AOM și BOM.

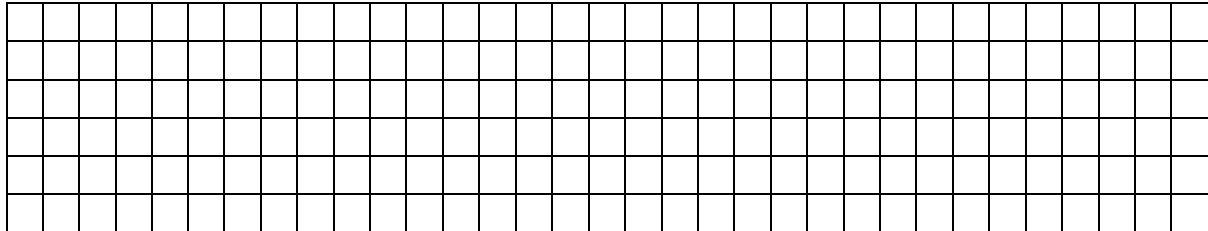


4. În figura alăturată  $\sphericalangle COB$  este unghi alungit,  $\sphericalangle AOM = \sphericalangle BON = 90^\circ$  și  $\sphericalangle BOM = 40^\circ$ . Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a)  $\sphericalangle NOM = 40^\circ$       A    F



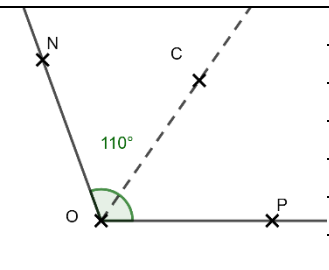
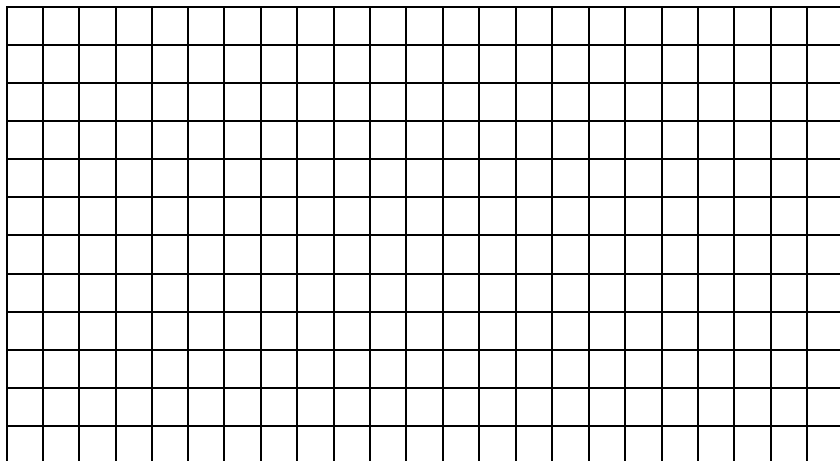
b)  $\sphericalangle AOC = 40^\circ$       A    F



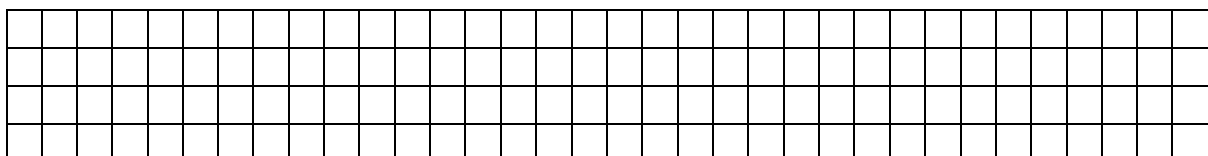
c)  $OM$  este bisectoarea unghiului  $BON$       A    F

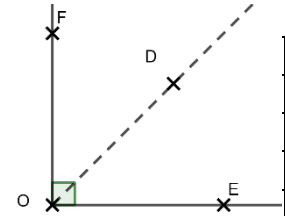
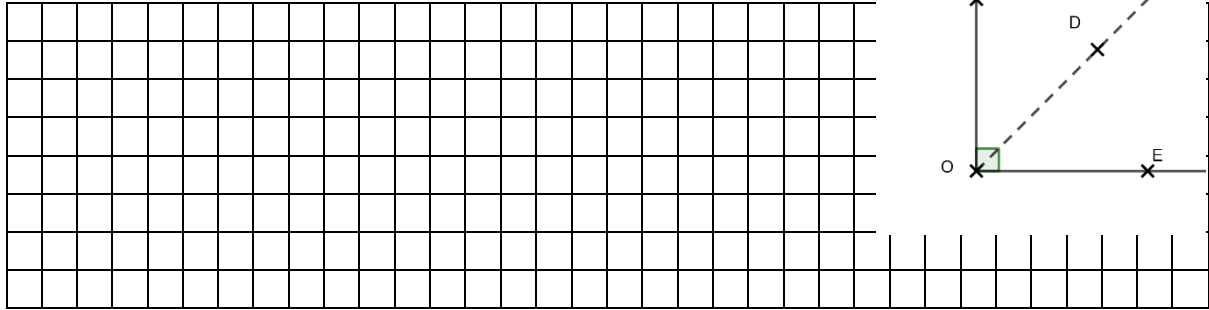
d)  $ON$  este bisectoarea unghiului  $AOM$       A    F

5. În figura alăturată semidreapta  $OC$  este bisectoarea unghiului  $NOP$  și măsura  $\sphericalangle NOP = 110^\circ$ . Calculați măsura  $\sphericalangle NOC$  și măsura  $\sphericalangle COP$ .

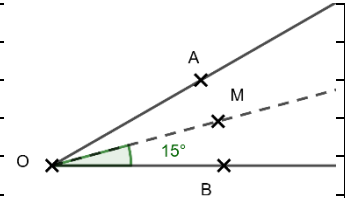
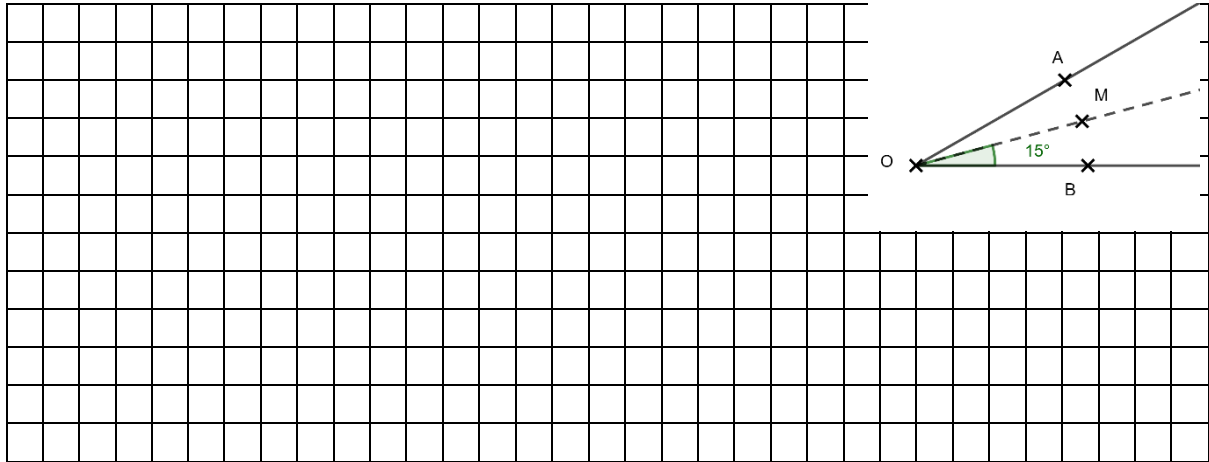


6. În figura alăturată semidreapta  $OD$  este bisectoarea unghiului drept  $EOF$ . Calculați măsura  $\sphericalangle EOD$  și măsura  $\sphericalangle DOF$ .

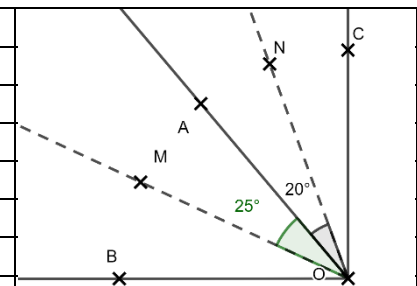
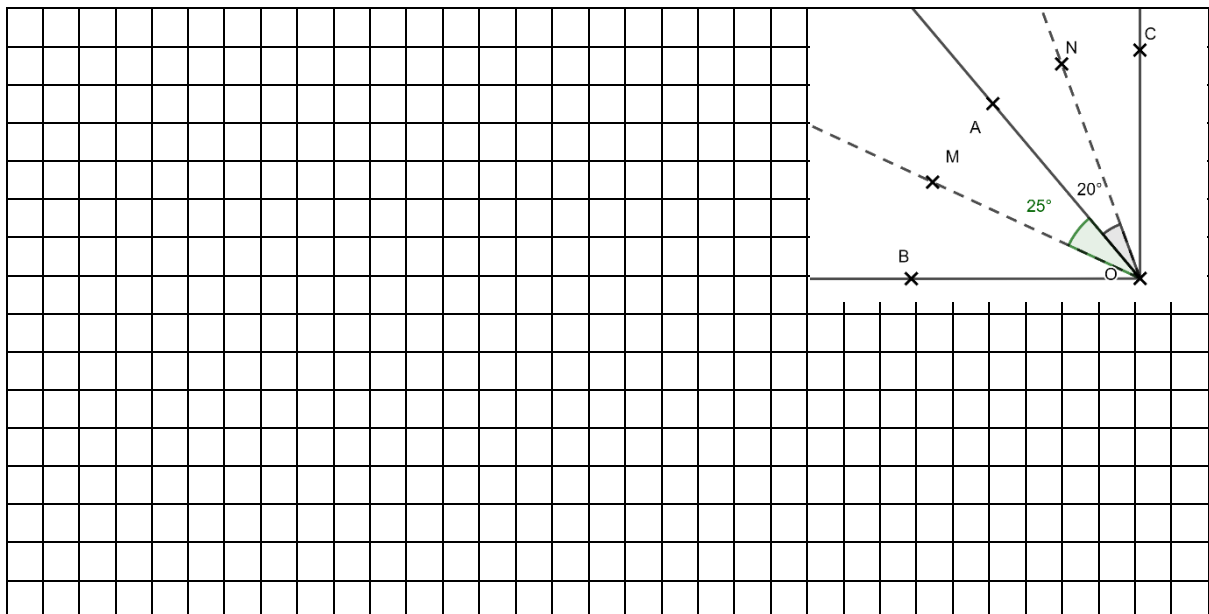




7. În figura alăturată semidreapta  $OM$  este bisectoarea unghiului  $AOB$  și măsura  $\sphericalangle BOM = 15^\circ$ . Calculați măsura  $\sphericalangle AOM$  și măsura  $\sphericalangle BOA$ .



8. În figura alăturată semidreapta  $OM$  este bisectoarea unghiului  $AOB$ ,  $ON$  este bisectoarea unghiului  $AOC$ , măsura  $\sphericalangle AOM = 25^\circ$  și măsura  $\sphericalangle AON = 20^\circ$ . Calculați măsura  $\sphericalangle AOB$ , măsura  $\sphericalangle AOC$  și măsura  $\sphericalangle BOC$ .



## Drepte paralele. Axioma paralelelor

O dreaptă care intersectează două drepte oarecare distincte se numește *secantă*.

O secantă formează cu cele două drepte 8 unghiuri.

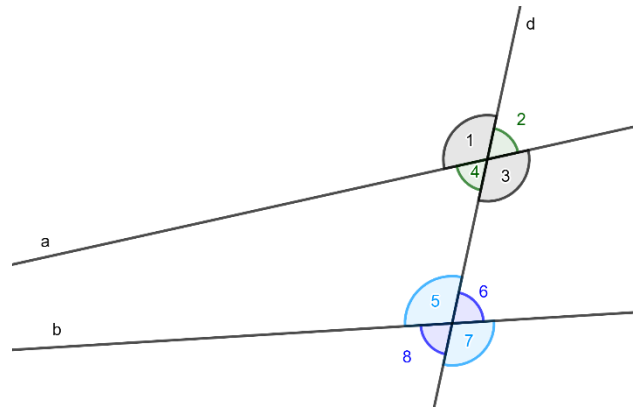
Ele se denumesc astfel:

- *Unghiuri alterne interne*:  $\sphericalangle 4$  și  $\sphericalangle 6$  sau  $\sphericalangle 3$  și  $\sphericalangle 5$ . (sunt situate de o parte și de alta a secantei  $d$  între cele două drepte  $a$  și  $b$ )



- *Unghiuri alterne externe*:  $\sphericalangle 1$  și  $\sphericalangle 7$  sau  $\sphericalangle 2$  și  $\sphericalangle 8$ . (sunt situate de o parte și de alta a secantei  $d$  în afara zonei marginată de dreptele  $a$  și  $b$ )

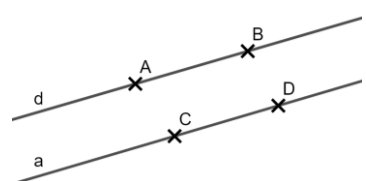
- *Unghiuri corespondente*:  $\sphericalangle 1$  și  $\sphericalangle 5$  sau  $\sphericalangle 2$  și  $\sphericalangle 6$  sau  $\sphericalangle 3$  și  $\sphericalangle 7$  sau  $\sphericalangle 4$  și  $\sphericalangle 8$ . (sunt situate de aceeași parte a secantei  $d$  unul în zona dintre dreptele  $a$  și  $b$  și unul în afara acesteia)



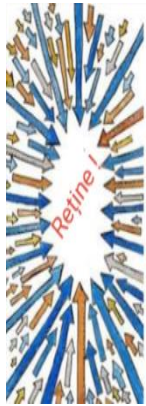
**Să ne amintim!**



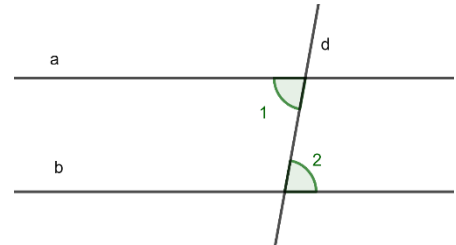
Două drepte situate în același plan care nu au puncte comune se numesc **drepte paralele**.

<i>Desenăm</i>	<i>Citim</i>	<i>Scriem</i>
	<p>Dreptele <math>AB</math> și <math>CD</math> sunt paralele.</p> <p>Dreptele <math>a</math> și <math>d</math> sunt paralele.</p>	<p><math>AB \parallel CD</math></p> <p><math>a \parallel d</math></p>

### Cum recunoaștem două drepte paralele

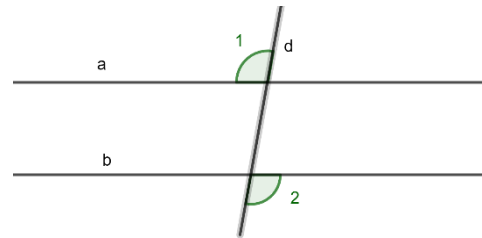


✓ Dacă două drepte determină cu o secantă o pereche de unghiuri alterne interne congruente, atunci dreptele sunt paralele.



$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$ , iar  $\sphericalangle 1$  și  $\sphericalangle 2$  sunt alterne interne, deci  $a \parallel b$ .

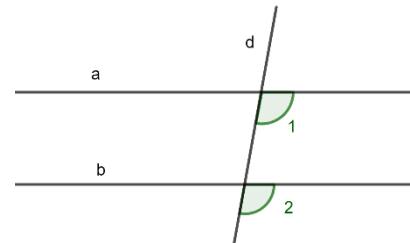
✓ Dacă două drepte determină cu o secantă o pereche de unghiuri alterne externe congruente, atunci dreptele sunt paralele.



$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$ , iar  $\sphericalangle 1$  și  $\sphericalangle 2$  sunt alterne externe, deci  $a \parallel b$ .




✓ Dacă două drepte determină cu o secantă o pereche de unghiuri corespondente congruente, atunci dreptele sunt paralele.

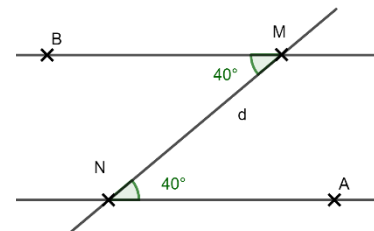



$\sphericalangle 1 = \sphericalangle 2$ , iar  $\sphericalangle 1$  și  $\sphericalangle 2$  sunt corespondente, deci  $a \parallel b$ .

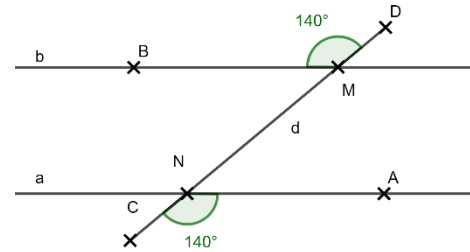
✓ Dacă două drepte diferite sunt paralele cu o a treia dreaptă, atunci dreptele sunt paralele.


#### Exemple:

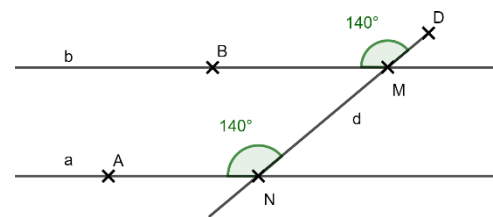
  $\sphericalangle BMN = \sphericalangle MNA$  iar  $\sphericalangle BMN, \sphericalangle MNA$  alterne interne  
 $\Rightarrow BM \parallel AN$ .



  $\sphericalangle BMD = \sphericalangle CNA$  iar  $\sphericalangle BMD, \sphericalangle CNA$  alterne externe  $\Rightarrow BM \parallel AN$ .



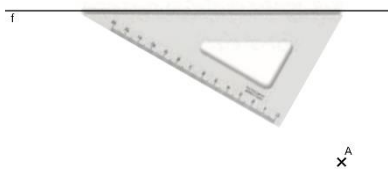
  $\sphericalangle BMD = \sphericalangle MNA$ , iar  $\sphericalangle BMD, \sphericalangle CNA$  corespondente  $\Rightarrow BM \parallel AN$ .



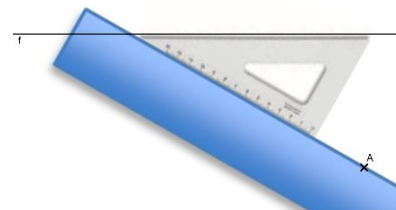
### Axioma paralelelor

Printr-un punct exterior unei drepte trece o singură dreaptă paralelă cu dreapta dată.

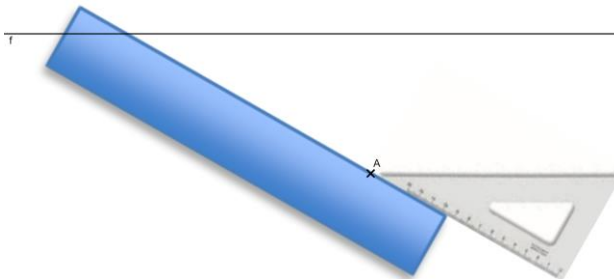
### Cum construim două drepte paralele



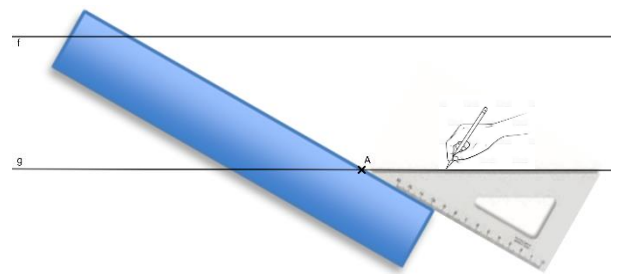
Pasul 1: Așezăm echerul cu latura cea mai lungă (ipotenuză) pe dreaptă.



Pasul 2: Așezăm rigla astfel încât să treacă prin punct și să fie sprijinită de o altă latură a echerului.



Pasul 3: Ținem rigla fixă și deplasăm echerul sprijinit pe riglă până ajungem în punctul A.



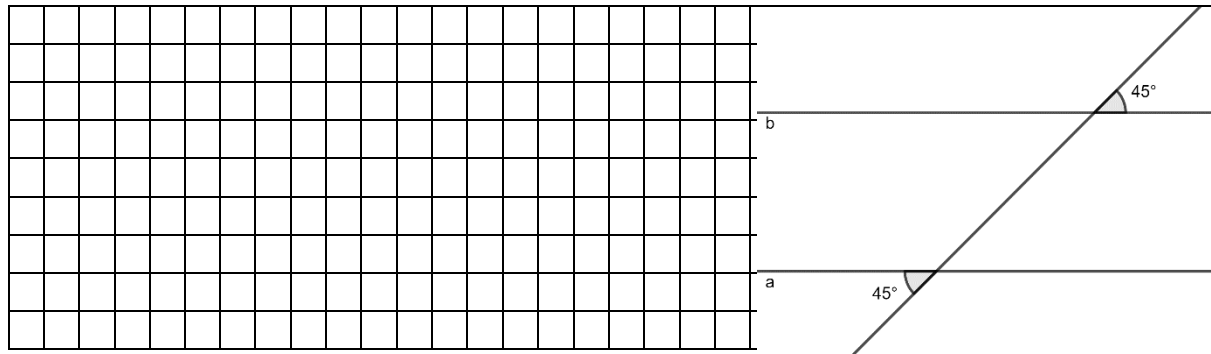
Pasul 4: Trasăm dreapta ce trece prin punctul A de-a lungul laturii mai lungi a echerului.

Dreapta astfel obținută este paralelă cu dreapta dată.

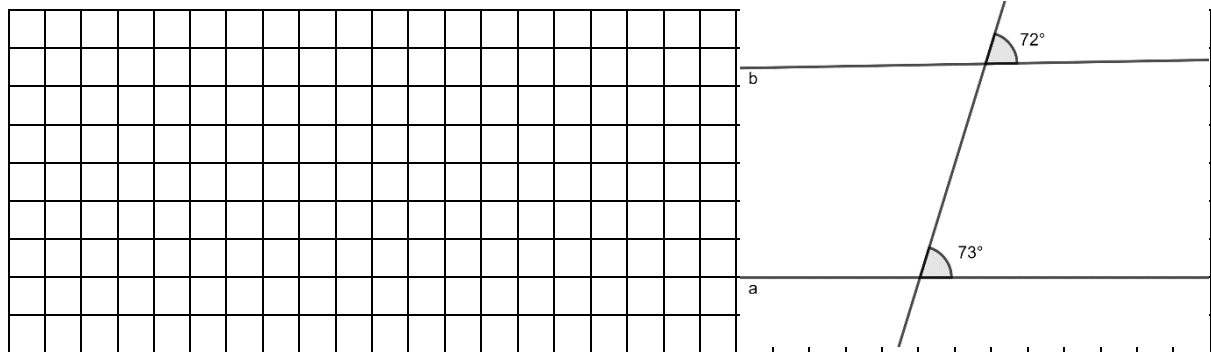
**Să exersăm!**

1. Stabiliți în care dintre următoarele situații dreptele  $a$  și  $b$  sunt paralele:

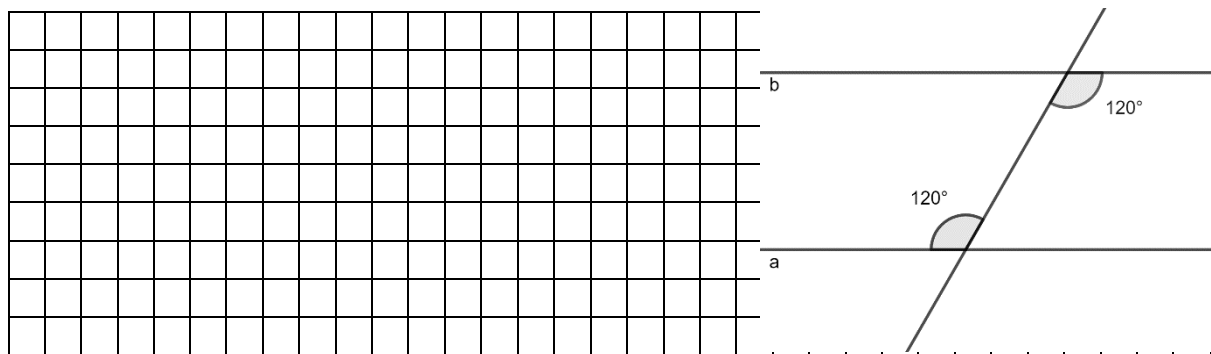
a)



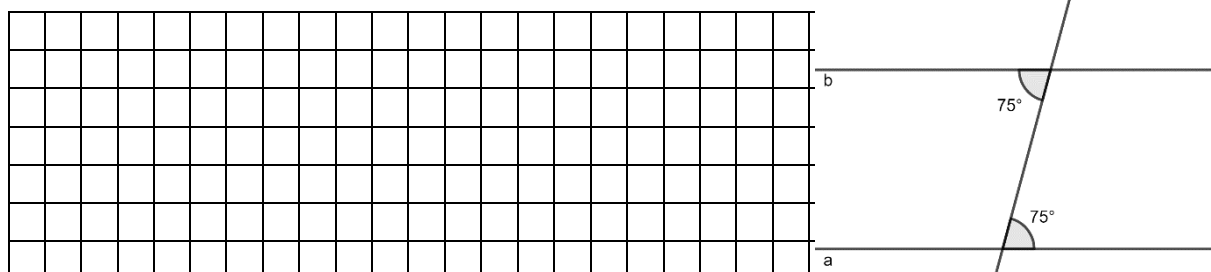
b)



c)



d)

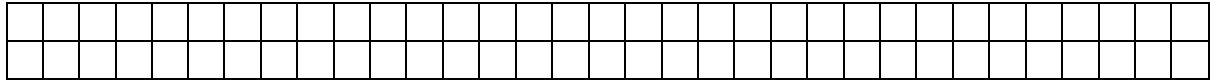




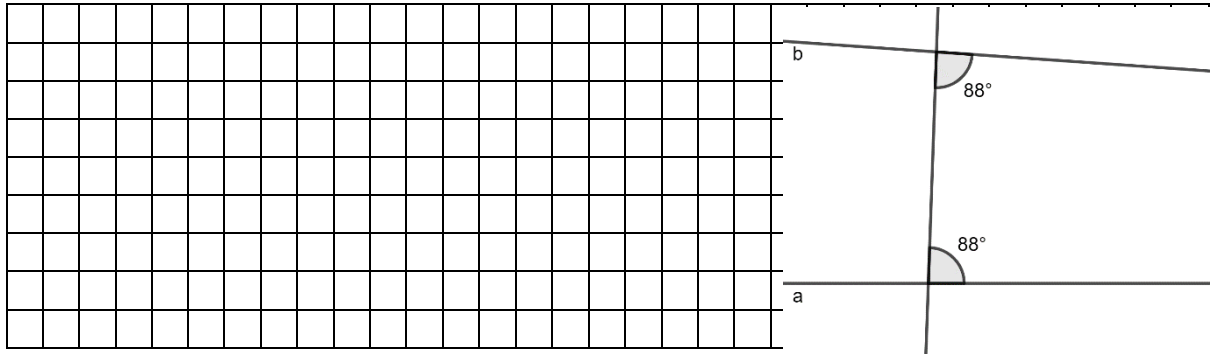
UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale  
2014-2020

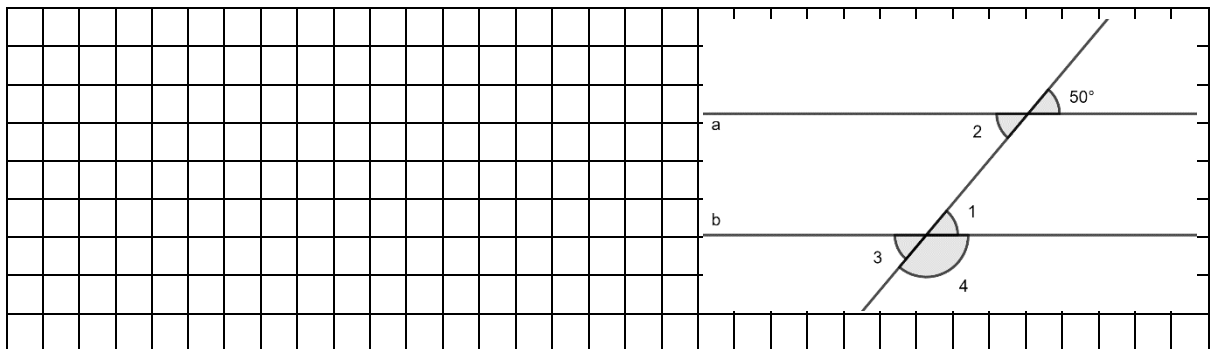


e)

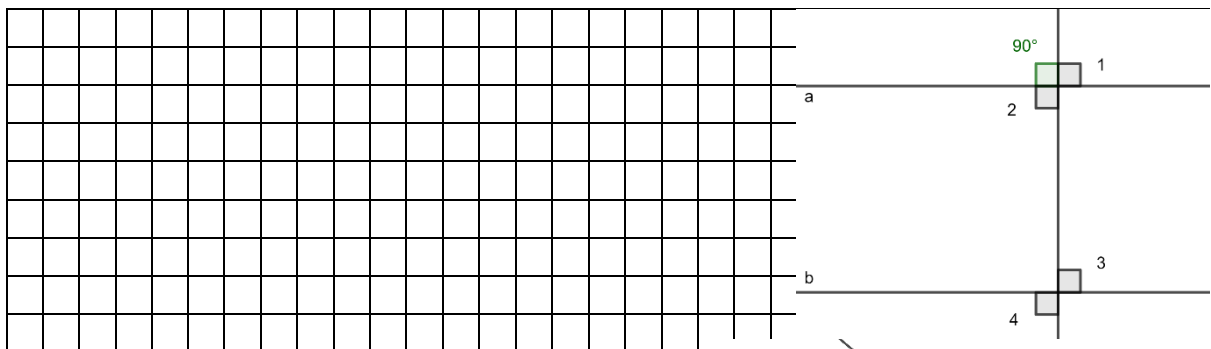


2. Dacă dreptele  $a$  și  $b$  sunt paralele determinați în fiecare caz unghiurile  $\sphericalangle 1$ ,  $\sphericalangle 2$ ,  $\sphericalangle 3$ ,  $\sphericalangle 4$ .

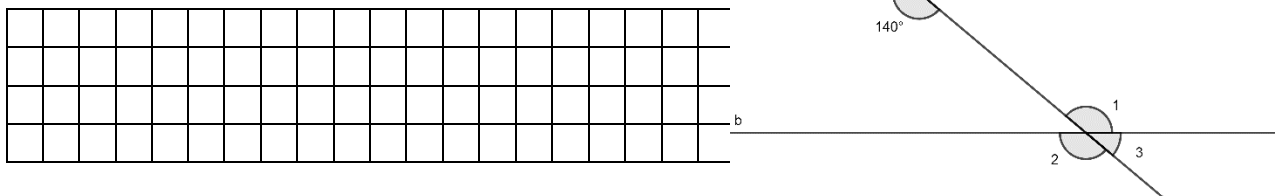
a)



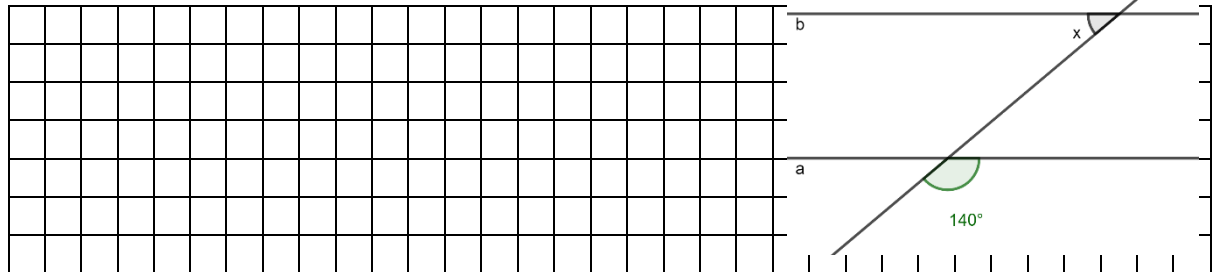
b)



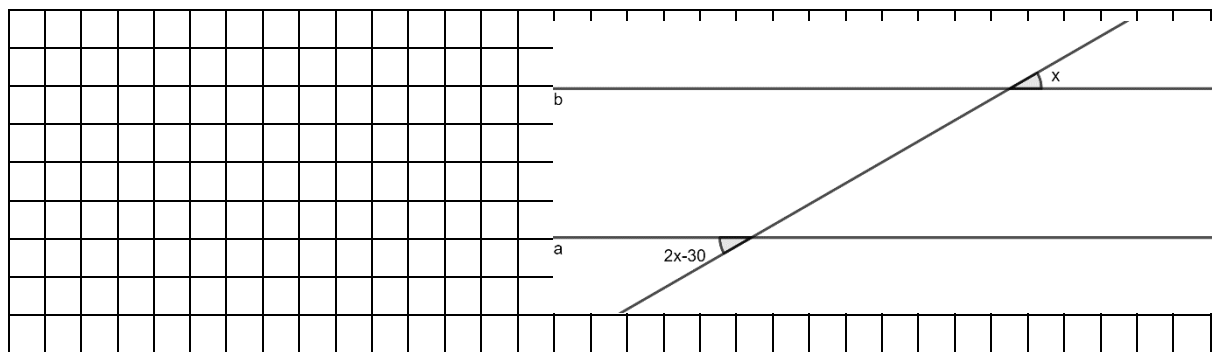
c)





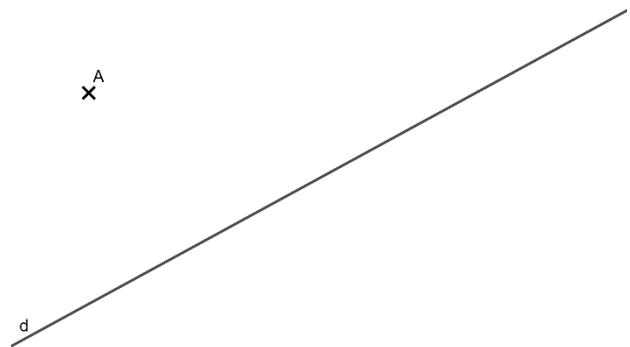


e)

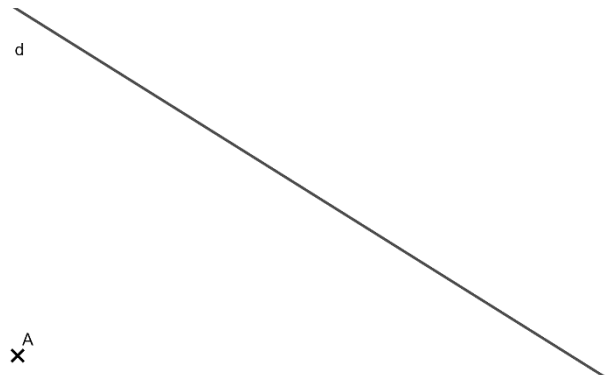


4. Construiți prin  $A$  dreapta paralelă cu dreapta  $d$  în fiecare din următoarele cazuri:

a)

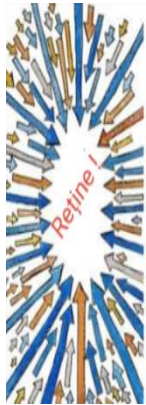


b)

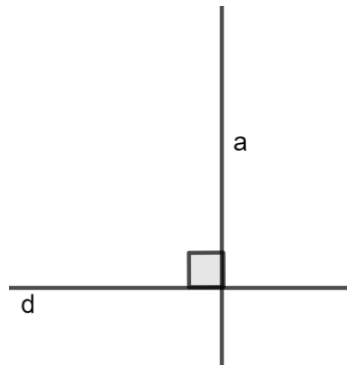


## Drepte perpendiculare. Distanța de la un punct la o dreaptă

Două drepte concurente ce formează un unghi de  $90^\circ$  se numesc *drepte perpendiculare*.



*Desenăm*

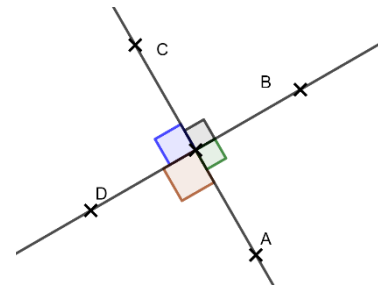


*Citim*

Dreapta  $d$  este perpendiculară pe dreapta  $a$

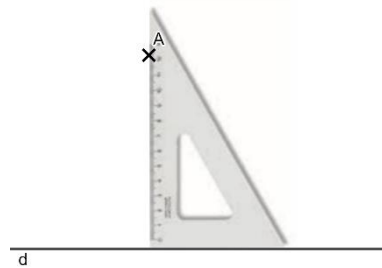
*Scriem*

$$d \perp a$$

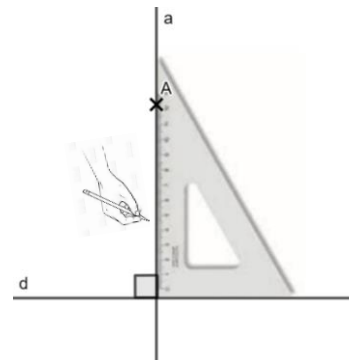


- ✓ Două drepte perpendiculare formează 4 unghiuri drepte.
- ✓ Două drepte concurente care nu sunt perpendiculare se numesc *oblice*.
- ✓ Printr-un punct exterior unei drepte trece o singură dreaptă perpendiculară pe dreapta dată.

*Cum construim o printr-un punct exterior unei drepte o dreaptă perpendiculară pe o dreaptă dată*



Pasul 1: Așezăm echerul cu latura cea mai mică (o catetă) pe dreaptă, și cu cealaltă catetă să treacă prin punct.



Pasul 2: Trasăm dreapta ce trece prin punctul A de-a lungul catetei echerului.


*Dreapta astfel obținută este perpendiculară pe dreapta dată.*

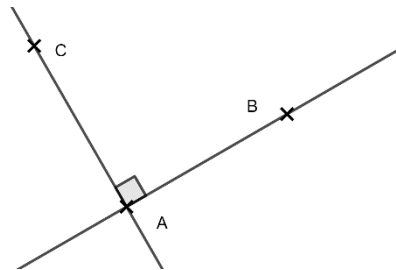
## Distanța de la un punct la o dreaptă




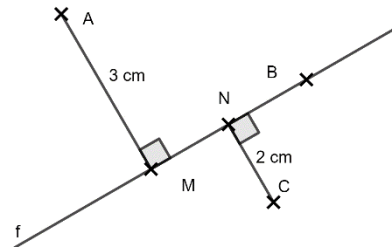
- ✓ Distanța de la punctul  $A$  la dreapta  $d$  este lungimea segmentului  $AM$  unde  $M$  este un punct pe dreapta  $d$  cu proprietatea  $AM \perp d$ .
- ✓  $M$  se numește piciorul perpendicularei din  $A$  pe dreapta  $d$ .
- ✓ Notăm  $d(A, d) = AM$ .
- ✓ Dacă punctul  $A$  este pe dreapta  $d$  atunci distanța este 0. Scriem  $d(A, d) = 0$ .

### Exemple:

  $\sphericalangle BAC = 90^\circ$  deci  $AB \perp AC$



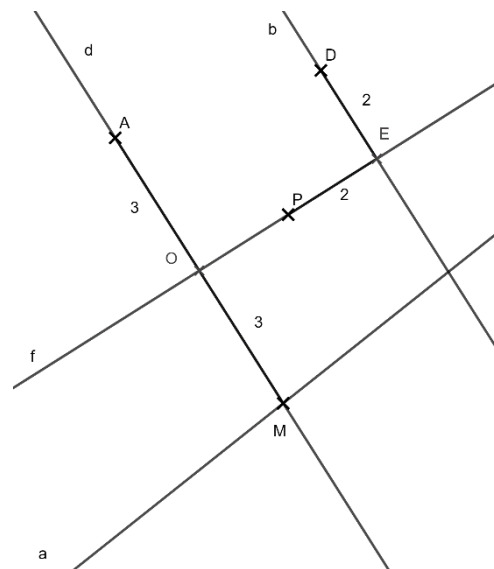
  $d(A, f) = AM = 3 \text{ cm}$ .  
 $d(C, f) = CN = 2 \text{ cm}$ .



### Să exersăm!

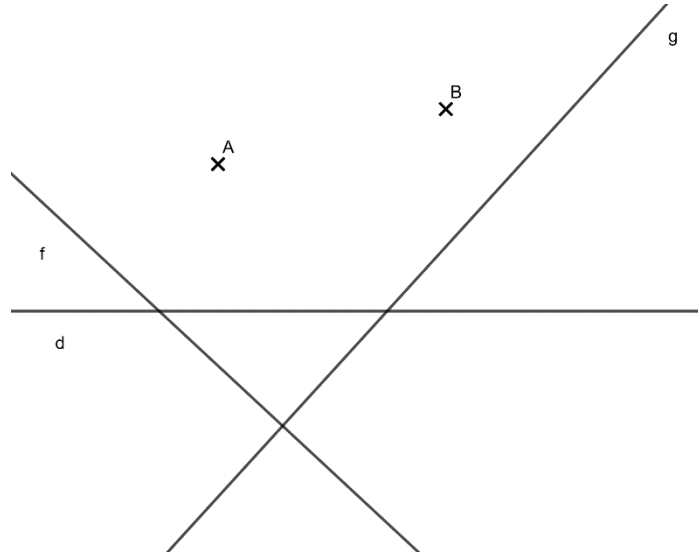
1. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- |                    |   |   |
|--------------------|---|---|
| a) $f \perp d$     | A | F |
| b) $a \perp d$     | A | F |
| c) $b \perp a$     | A | F |
| d) $b \parallel d$ | A | F |
| e) $a \parallel f$ | A | F |
| f) $d(A, f) = AM$  | A | F |
| g) $d(M, f) = OM$  | A | F |
| h) $d(A, f) = AP$  | A | F |
| i) $d(P, b) = 2$   | A | F |
| j) $d(D, f) = DE$  | A | F |

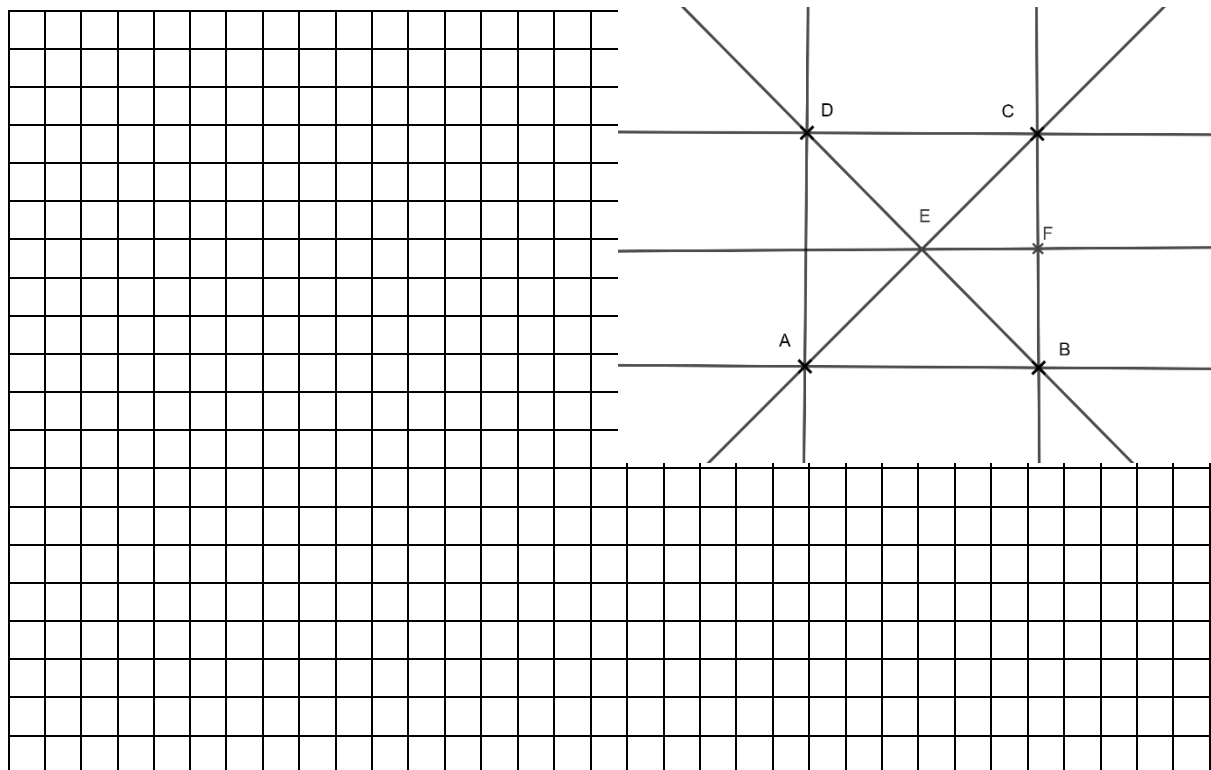


2. Completați desenul pentru ca următoarele afirmații să fie în același timp adevărate:

- $d(A, d) = AM$ ;
- $AP \perp d$ , punctul  $P$  nu este situat pe dreapta  $d$ ;
- $BT \perp g$ , punctul  $T$  este situat pe dreapta  $d$ ;
- $AH \perp f$ , punctul  $F$  este situat pe dreapta  $f$ ;
- Dreptele  $d$  și  $f$  se intersectează în punctul  $N$ ;
- $d(A, g) = AG$ .



3. Scrieți cât mai multe perechi de drepte perpendiculare pe care le identificați în figura de mai jos.

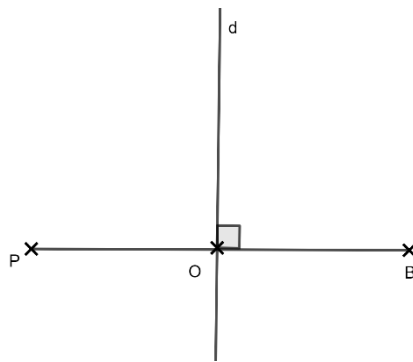


## Mediatoarea unui segment. Simetria față de o dreaptă

*Mediatoarea unui segment este dreapta perpendiculară pe segment în mijlocul acestuia.*



**Desenăm**



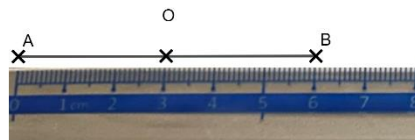
**Citim**

dreapta  $d$  este mediatoarea segmentului  $AB$

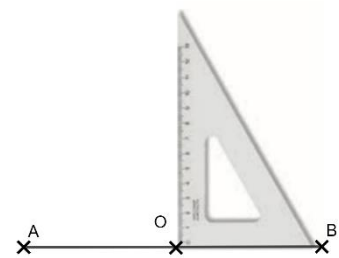


✓ Dacă un punct este situat pe mediatoarea unui segment, atunci el este situat la distanțe egale de capetele segmentului.

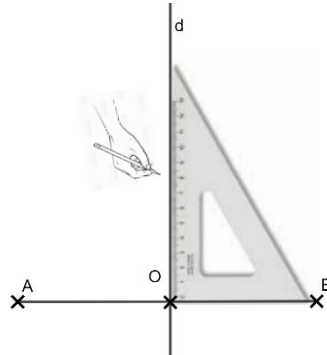
### *Cum construim mediatoarea unui segment*



Pasul 1: *Determinăm, cu ajutorul riglei, punctul  $O$ , mijlocul segmentului  $AB$ .*





Pasul 2: *Așezăm echerul o catetă pe dreaptă și cu cealaltă catetă să treacă prin punctul  $O$*





Pasul 3: *Trasăm dreapta d ce trece prin punctul O de-a lungul catetei echerului*

**Exemple:**

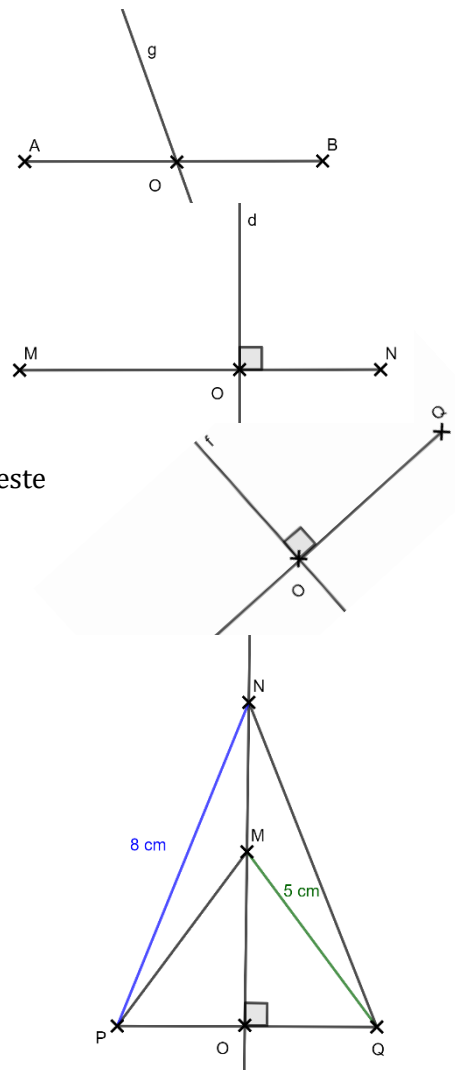
 *g* nu este mediatoarea segmentului AB deoarece *g* nu este perpendiculară pe AB.

 *d* nu este mediatoarea segmentului MN deoarece O nu este mijlocul segmentului AB.

 *f* este mediatoarea segmentului PQ deoarece  $f \perp PQ$  și O este mijlocul segmentului PQ.

 Dacă MN este mediatoarea segmentului PQ și  $MQ = 5 \text{ cm}$ , iar  $NP = 8 \text{ cm}$ , determinați lungimea segmentelor MP și NQ.

- MN este mediatoarea segmentului PQ  $\Rightarrow$   
 $PM = MQ = 5 \text{ cm}$
- MN este mediatoarea segmentului PQ  $\Rightarrow$   
 $NQ = NP = 8 \text{ cm}$

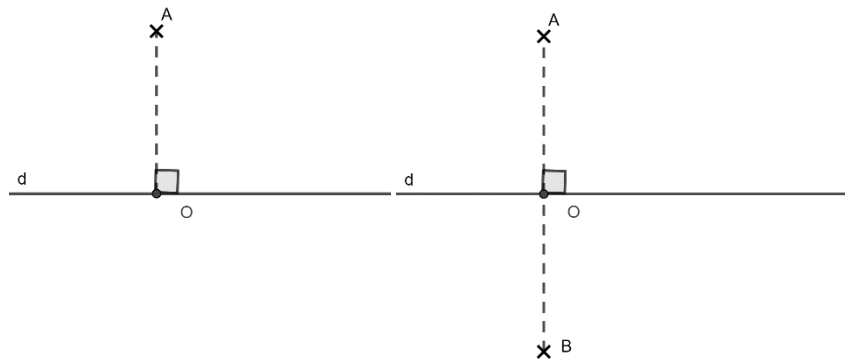


## Simetria față de o dreaptă



Punctul  $B$  este *simetricul punctului  $A$  față de dreapta  $d$* , dacă dreapta  $d$  este mediatoarea segmentului  $AB$ .

### Cum construim simetricul unui punct față de o dreaptă





Pasul 1: *Trasăm perpendiculara din  $A$  pe dreapta  $d$  și notăm cu  $O$  intersecția cu dreapta  $d$ .* Pasul 2: *Prelungim segmentul  $AO$  cu segmentul congruent  $OB$ .*

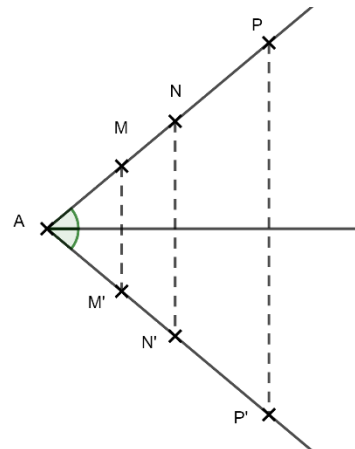
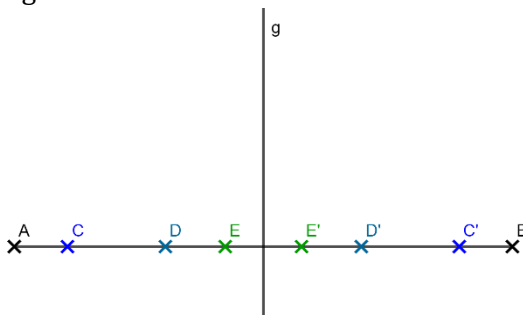
$B$  reprezintă simetricul punctului  $A$  față de dreapta  $d$ .



- ✓ O dreaptă se numește *axă de simetrie* a unei figuri geometrice, dacă simetricul fiecărui punct al figurii aparține de asemenea figurii geometrice.
- ✓ Practic: Dacă decupă figura geometrică și îndoim decupajul de-a lungul axei de simetrie cele două părți se suprapun.

### Exemple:

-  Axa de simetrie a unui unghi este bisectoarea unghiului.
-  Axa de simetrie a unui segment este mediatoarea segmentului.











UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale  
2014-2020

